Exercice n°1.

Dans un parc national, un guide propose quotidiennement l'observation de chamois venant s'abreuver dans un lac au coucher du soleil. Le temps d'attente du groupe *T*, en heures, avant l'arrivée des animaux, suit une loi uniforme sur [0 ;1]. Calculer les probabilités suivantes :

1) $p(T > 0,5)$ **2)** $p(0,2 < T < 0,6)$ **3)** $p(T = 0,6)$

Correction

Notons *p* la loi de probabilité définie par la loi uniforme. On a alors :

1) $p(T > 0,5) = 1 - p(T \leq 0,5) = 1 - p([0;0,5]) = 1 - 0,5 \boxed{= 0,5}$

2) $p(0,2 < T < 0,6) = p(]0,2;0,6[) = 0,6 - 0,2 \boxed{= 0,4}$

3) $p(T = 0,6) = 0$

Exercice n°2.

On choisit au hasard un nombre dans l'intervalle $[10 ; 100]$.

1) Déterminer la probabilité que ce nombre soit compris entre 20 et 50.
2) Déterminer la probabilité que ce nombre soit inférieur à 60.
3) Déterminer la probabilité que ce nombre soit supérieur à 90.

Exercice n°3.

On suppose que le temps d'attente à un arrêt de tramway, exprimé en minutes, suit la loi uniforme sur l'intervalle [0;30].

1) Déterminer la probabilité que la durée d'attente d'une personne prise au hasard soit comprise entre 15 et 20 minutes.
2) Déterminer la probabilité que la durée d'attente d'une personne prise au hasard soit supérieure à 20 minutes.
3) Quel est le temps moyen d'attente à cet arrêt de tramway ?
4) Sachant qu'une personne attend le tramway depuis 10 minutes, quelle est la probabilité qu'elle attende encore au moins 5 minutes ?

Exercice n°4.

Rafael habite à 1 km de son lycée. On note X la variable aléatoire égale à la durée, exprimée en minutes, du trajet que Rafael emprunte pour se rendre au lycée.

On suppose que X est distribuée suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[15 ; 20]$.

1)a) Donner une fonction de densité de la loi suivie par X .
b) Quel est le temps moyen du trajet de Rafael ?
c) Quel est la probabilité qu'il mette moins de 17 minutes pour se rendre à l'école ?
2) On suppose que la durée d'un trajet est indépendante de celle des autres trajets. Sur une semaine, Rafael se rend à son lycée tous les jours du lundi au vendredi. Quelle est la probabilité qu'au moins un trajet ait duré plus de 19 minutes ?

Exercice n°5.

Dans un supermarché, le temps d'attente X à la caisse, exprimé en minutes, suit la loi uniforme sur l'intervalle $[1;11]$.

1. Déterminer la fonction de densité de probabilité f de la la loi de X.
2. Quelle est la probabilité que le temps d'attente soit compris entre trois et cinq minutes ?
3. Quelle est la probabilité qu'un client attende plus de huit minutes à la caisse ?
4. Préciser le temps d'attente moyen à la caisse.

Exercice n°6.

Deux amis se donnent rendez-vous dans un centre commercial entre $12h00$ et $14h00$.
Noah décide d'arriver à $12h30$ alors que Mathieu arrive au hasard entre $12h00$ et $13h00$.On appelle la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée de Mathieu.

1. Justifier que T suit une loi uniforme sur l'intervalle $[12;13]$.
2. Calculer la probabilité que Mathieu arrive avant Noah.
3. Mathieu n'arrivera pas avant $12h15$.Calculer alors la probabilité que Mathieu arrive avant Noah.
4. Calculer la probabilité que Noah attende plus de 10 minutes.

Exercice n°8.

Aux heures d'ouverture de la gare routière de Saint-Denis, le « Z'éclair » passe toutes les heures à destination de Saint-Pierre. Un voyageur, qui n'a pas eu le temps de se renseigner sur les horaires, se présente dans la gare. On note X la variable aléatoire donnant le temps d'attente, en minutes, de ce voyageur dans la gare.

1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ?
2. Calculer la probabilité que le voyageur attende :
   (a) exactement 15 minutes (b) entre 15 et 30 minutes (c) plus de 40 minutes.
3. Quel est le temps d'attente moyen ?

Exercice n°8.

Soit $[AB]$ un segment de longueur 10 cm. On choisit au hasard un point M sur $[AB]$ et on note X la variable aléatoire donnant la distance AM, en cm.

1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ainsi définie ?
2. Calculer la probabilité que le point M :
   (a) soit le milieu I de $[AB]$;
   (b) appartienne au segment $[AC]$, où C est le point de $[AB]$ tel que $AC = 3$;
   (c) soit plus près de B que de I.

Exercice n°9.

On choisit un nombre réel au hasard entre 0 et 2. Déterminer la probabilité qu'il soit compris ente $\dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{1}{2}$.

Exercice n°10.

Noé et Quentin se sont donné rendez-vous devant le cinéma entre 14h00 et 14h30. Noé arrive à 14h10 tandis que Quentin considère que son arrivée, entre 14h00 et 14h30 est le fruit du hasard. Déterminer les probabilités suivantes :

1. Quentin arrive moins d'une minute après Noé ;
2. Quentin arrive avant Noé ;
3. Noé attend Quentin plus de 10 minutes.

Exercice n°11.

Chaque jour, Antoine s'entraine au billard américain pendant une durée comprise entre 20 minutes et une heure. On modélise la durée de son entrainement, en minutes, par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[20 ; 60]$.

1. Calculer la probabilité p pour que l'entrainement dure plus de 30 minutes.

2. Calculer l'espérance de X. Interpréter ce résultat

Exercice n°12.

Deux amis, Aymeric et Coralie, sont convoqués le même jour pour un entretien avec la direction des ressources humaines.

Coralie arrive à 8 h 30 alors qu'Aymeric arrive au hasard entre 8 h et 9 h.

On désigne par T la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée d'Aymeric et on admet que T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[8 ; 9]$.

Déterminer la probabilité pour que Coralie attende Aymeric plus de dix minutes.

Correction de l'exercice n°12

Coralie arrive à 8 h 30 alors qu'Aymeric arrive au hasard entre 8 h et 9 h.

On désigne par T la variable aléatoire donnant l'heure d'arrivée d'Aymeric et on admet que T suit la loi uniforme sur l'intervalle $[8 ; 9]$.

Pour que Coralie attende Aymeric plus de dix minutes, il faut qu'Aymeric arrive après 8 h 40, c'est-à-dire entre 8 h 40 et 9 h ; la période de temps est de 40 minutes. De plus 40 minutes correspondent à $\dfrac{2}{3}$ d'heure ; on cherche donc $P\left(8+\dfrac{2}{3} < T \leqslant 9\right)$.

Comme T suit une loi uniforme sur $[8;9]$, $P\left(8+\dfrac{2}{3} < T \leqslant 9\right) = \dfrac{9-\left(8+\dfrac{2}{3}\right)}{9-8} = \dfrac{1}{3}$.

La probabilité que Coralie attende Aymeric plus de 10 minutes est donc de $\dfrac{1}{3}$.