

Une entreprise fabrique en grande quantité des plaques métalliques rectangulaires pour l'industrie.

Dans ce qui suit, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

On prélève au hasard une pièce la production, et on appelle X et Y les variables aléatoires qui indiquent respectivement sa longueur et sa largeur, en mm.

On suppose que $X \rightarrow \mathbf{N}(\mu = 250 ; \sigma^2 = 4)$ et $Y \rightarrow \mathbf{N}(\mu = 150 ; \sigma^2 = 2,25)$

1. Calculer la probabilité de l'événement A : « La longueur est comprise entre 246 et 254 ».
2. Calculer la probabilité de l'événement B : « La largeur est comprise entre 146 et 154 ».
3. Une pièce est conforme si sa longueur est comprise entre 246 et 254, et sa largeur entre 146 et 154. On admet que les deux événements A et B sont indépendants. Calculer la probabilité que la pièce soit conforme.
4. La pièce prélevée est non conforme. Quelle est la probabilité :
 - a. Que sa longueur soit inférieure à 246 ?
 - b. Que sa largeur soit supérieure à 154 ?

CORRECTION

1. $P(246 \leq X \leq 254) = 0,954$

```
Normal C.D      Normal C.D
Lower : 246      F : 0,95449973
Upper : 254      z:Low=-2
σ : 2            z:Up=2
μ : 250
Save Res:None
Execute
```

2. $P(146 \leq Y \leq 154) = 0,992$

```
Normal C.D      Normal C.D
Lower : 146      F : 0,99233923
Upper : 154      z:Low=-2,66666667
σ : 1,5          z:Up=2,66666667
μ : 150
Save Res:None
Execute
```

3. Une pièce est conforme si sa longueur est comprise entre 246 et 254, et sa largeur entre 146 et 154 ce qui correspond à l'événement $A \cap B$. Les deux événements A et B sont indépendants donc $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$P(A \cap B) = 0,954 \times 0,992 = 0,946$

4. Soit C l'événement « la pièce est conforme », \bar{C} est l'événement « la pièce est non conforme » donc sa longueur est soit inférieure à 246 soit supérieure à 254, et $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 0,054$

a.

longueur \ largeur	inférieure à 246	comprise entre 246 et 254	supérieure à 254
inférieure à 146			
comprise entre 146 et 154			
supérieure à 154			

Cases colorées = pièce non conforme

On se place dans le cas des pièces, non conformes donc uniquement dans les cases colorées

$\bar{C} \cap (X \leq 246)$ est l'événement coloré en foncé soit $(X \leq 246)$ et $P(X \leq 246) = 0,0227$

longueur \ largeur	inférieure à 246	comprise entre 246 et 254	supérieure à 254
inférieure à 146			
comprise entre 146 et 154			
supérieure à 154			

$$P_{\bar{C}}(X \leq 246) = \frac{P(\bar{C} \cap (X \leq 246))}{P(\bar{C})} = \frac{P(X \leq 246)}{P(\bar{C})} \text{ donc } P_{\bar{C}}(X \leq 246) = \frac{0,0227}{0,054} \text{ donc } P_{\bar{C}}(X \leq 246) \approx 0,42$$

b. $\bar{C} \cap (Y \geq 146)$ est l'événement coloré en foncé soit $(Y \geq 146)$ et $P(Y \geq 154) = 0,004$

longueur \ largeur	inférieure à 246	comprise entre 246 et 254	supérieure à 254
inférieure à 146			
comprise entre 146 et 154			
supérieure à 154			

$$P_{\bar{C}}(Y \geq 154) = \frac{P(\bar{C} \cap (Y \geq 154))}{P(\bar{C})} = \frac{P(Y \geq 154)}{P(\bar{C})} \text{ donc } P_{\bar{C}}(Y \geq 154) \approx \frac{0,004}{0,054} \text{ donc } P_{\bar{C}}(Y \geq 154) \approx 0,074$$