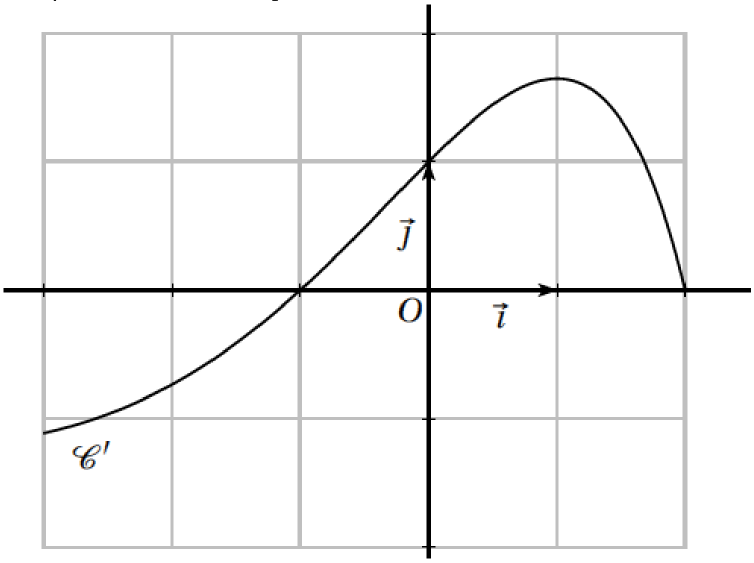
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}\,;\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,)$.

On considère une fonction f dérivable sur l'intervalle [– 3 ; 2].

On dispose des informations suivantes :

- $f(0) = -1$.
- la dérivée $f\,'$ de la fonction f admet la courbe représentative C ' ci-dessous.



Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Pour tout réel x de l'intervalle [– 3 ; – 1], $f\,'(x) \leq 0$.

2. La fonction f est croissante sur l'intervalle [– 1 ; 2].

3. Pour tout réel x de l'intervalle [– 3 ; 2], $f(x) \geq -1$.

4. Soit C la courbe représentative de la fonction f .

La tangente à la courbe C au point d'abscisse 0 passe par le point de coordonnées (1, 0).

CORRECTION

D'après le graphique et l'énoncé :

x	-3	-1		0		2
$f\,'(x)$	–	0	+	1	+	0
f	↘	m	↗	-1	↗	

avec $m = f(-1)$ inconnu. On peut donc en déduire :

1. VRAI

La courbe de $f\,'$ est situé en dessous de l'axe des abscisses sur [– 3 ; – 1], donc pour tout réel x de l'intervalle [– 3 ; – 1], $f\,'(x) \leq 0$.

2. VRAI

La courbe de $f\,'$ est situé au dessus de l'axe des abscisses sur [– 1 ; 2], donc pour tout réel x de l'intervalle [– 1 ; 2], $f\,'(x) \geq 0$ donc la fonction f est croissante sur l'intervalle [– 1 ; 2].

3. FAUX

la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle [– 1 ; 2] et $f(0) = -1$ donc pour tout réel x de l'intervalle [– 1 ; 0 [, $f(x) < f(0)$ soit $f(x) < -1$.

4. VRAI

La tangente à la courbe C au point d'abscisse 0 est la droite d'équation $y = f\,'(0)\,(x - 0) + f(0)$ soit $y = x - 1$

Quand $x = 1$ alors $y = 0$ donc cette droite passe par le point de coordonnées (1, 0).