Exercices sur les similitudes : correction.

1. $\triangle ABC \sim \triangle MNP \Rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \Rightarrow \frac{AB}{7} = \frac{2}{3} = \frac{BC}{5}$

$\frac{AB}{7} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3AB = 14 \qquad AB = \frac{14}{3}$

$\frac{2}{3} = \frac{BC}{5} \Rightarrow 10 = 3BC \qquad BC = \frac{10}{3}$

2. $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ car $\hat{A} = \hat{A}$ (∡ commun)
$A\hat{C}B = A\hat{E}D$ (car ∡ correspondants)

- Une droite parallèle à un côté d'un triangle forme avec les 2 autres côtés un (~~segment~~) triangle semblable au triangle de départ

- $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ donc $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$, $\frac{AB}{5} = \frac{AC}{4} = \frac{4}{6} \left(= \frac{2}{3}\right)$

$6AB = 20 \Rightarrow AB = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$

$6AC = 16 \Rightarrow AC = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$

- rapport des aires : $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ (aire $ABC = \frac{4}{9} \cdot$ aire ADE)

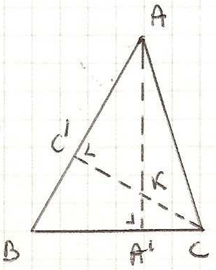
3. Nous supposons que $(ED)//(CB)$: nous le prouverons plus tard.

Aire $ABC = 4^2 \cdot$ aire $AED \Rightarrow$ Aire $ABC = 16 \cdot 0{,}75\ cm^2 = 12\ cm^2$

Aire $AGF = 3^2 \cdot$ aire $AED \Rightarrow$ Aire $AGF = 9 \cdot 0{,}75\ cm^2 = 6{,}75\ cm^2$

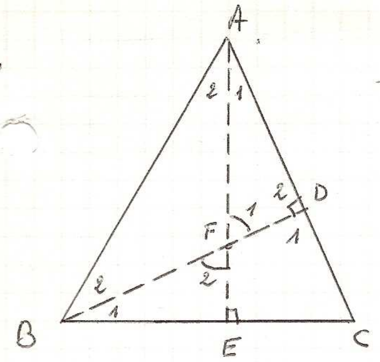
Aire $EDFG = 6{,}75\ cm^2 - 0{,}75\ cm^2 = 6\ cm^2$

4.



$\triangle AA'B \sim \triangle CA'K$ car
- $A\hat{A'}B = A\hat{A'}C$ (car hauteurs)
- $A\hat{B}A' = A'\hat{K}C$ car dans les $\triangle$ $AC'K$ et $AA'B$
$\hat{A} = \hat{A}$ et $\hat{C'} = \hat{A'}$ donc $\hat{B} = A\hat{K}C$
or $A\hat{K}C' = C\hat{K}A'$ (opp par le sommet)
donc $A\hat{B}A' = A'\hat{K}C$.

5.



1) $\Delta ADF \sim \Delta AEC$ car $\cdot\ \hat{A} = \hat{A}$; $\cdot\ \hat{D} = \hat{E} = 90°$

2) $\Delta BEF \sim \Delta BDC$ $\cdot\ \hat{B} = \hat{B}$; $\cdot\ \hat{E} = \hat{D} = 90$

3) $\Delta ADF \sim \Delta BEF$ car $\cdot\ \hat{D} = \hat{E} = 90$; $\cdot\ \hat{F}_1 = \hat{F}_2$

4) $\Delta AEC \sim \Delta BDC$ car $\cdot\ \hat{E} = \hat{D} = 90°$; $\cdot\ \hat{C} = \hat{C}$

5) $\Delta ADF \sim \Delta BDC$ car $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ car m̂ complément $\hat{C}$; $\hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90°$

6) $\Delta AEC \sim \Delta BEF$ car $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$; $\hat{E}_1 = \hat{E}_2 = 90°$

<u>n°6.</u> Rapport de la similitude : $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

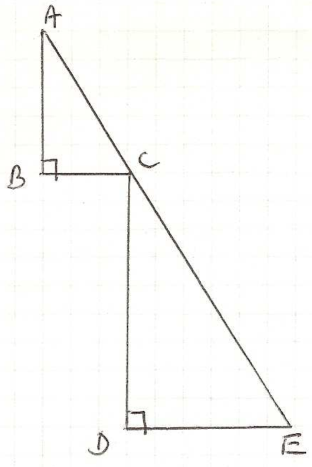
Aire de la section : $4\,m^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{36}{25}\,m^2 = 1{,}44\,m^2$

<u>n°7</u> Le bâton étant vertical, il est parallèle au pylône.
Les deux triangles formés sont semblables, donc :

$\frac{5}{60} = \frac{2}{\text{Pylône}} \Rightarrow 5.\text{Pylône} = 120$

$\text{Pylône} = \frac{120}{5} = \underline{24\,m}$.

n° 8



③

$\Delta ABC \sim \Delta CDE$ car $\hat{B} = \hat{D} = 90°$
$\widehat{ACB} = \widehat{CED}$ (correspondants)

donc $\frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{DE}$

$\frac{1{,}70}{CD} = \frac{0{,}80}{1{,}50} \Rightarrow 1{,}70 \times 1{,}50 = CD \times 0{,}80$

$CD = \frac{1{,}70 \times 1{,}50}{0{,}80}\ m = \underline{3{,}19\ m}$

n° 9 / On suppose que $(AC) // (RS)$: On le prouvera plus tard.

1. Donc $\Delta BRS \sim \Delta BAC$ · rapport de similitude 2.

Aire BAC $= 2^2 \cdot$ aire BRS

Or aire BAC $= \frac{1}{2}$ aire ABCD $= \frac{1}{2} \cdot 20\ cm^2 = 10\ cm^2$

donc $10\ cm^2 = 4 \cdot$ aire BRS

Aire BRS $= \frac{10}{4}\ cm^2 = 2{,}5\ cm^2$

donc l'aire du trapèze est $10\ cm^2 - 2{,}5\ cm^2 = \underline{7{,}5\ cm^2}$

2. Aire ARSC $= 3\ cm^2$

Aire ABC $= 4 \cdot$ aire BRS

Aire ARSC + Aire BRS $= 4 \cdot$ aire BRS

Aire ARSC $= 3$ aire BRS

$3\ cm^2 = 3$ aire BRS $\Rightarrow$ aire BRS $= 1\ cm^2$

donc Aire ABC $= 4\ cm^2$ et l'aire du parallélogramme est $8\ cm^2$

n° 10 Aire du grand triangle : $3\ cm^2$.

Aire du petit triangle : $3\ cm^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{12}{25}\ cm^2 = 0{,}48\ cm^2$.

n°11. 1. On admet pour l'instant que $(DE) \parallel (BC)$

2. ΔDOE ΔCOB car $\cdot\ \widehat{DOE} = \widehat{COB}$ (opposés par le sommet)

$\cdot\ \widehat{EDO} = \widehat{OCB}$ (alternes internes)

donc $\frac{DE}{CB} = \frac{DO}{CO} = \frac{EO}{BO}$

3. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ car ΔADE ΔABC donc $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ par construction

donc $\frac{1}{3} = \frac{1,3}{CO} \Rightarrow CO = 3,9$

Aire $DOE = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot$ aire COB

$= \frac{1}{9} \cdot 10,89\ cm^2 \Rightarrow$ aire $DOE = 3,63\ cm^2$

n°12 1. Admis pour l'instant

2.

AB	BC	DE	EF	$\hat{A}$	$\hat{D}$
3	4	2	$\frac{7}{3}$	98°	98°
5,2	7,1	3,8	5,2	93°	93°

n°13 $x = 1,40\ m$ $y = 2,86\ m$ $z = 4,40\ m$.

n°14 rapport : $\frac{3}{10}$

aire $ABC \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^2 =$ aire $A'B'C'$

aire $ABC \cdot \frac{9}{100} =$ aire $A'B'C'$ $\Rightarrow \frac{\text{aire } A'B'C'}{\text{aire } ABC} = \frac{9}{100}$

Ex n°15 aire $ABC \cdot r^2 =$ aire $A'B'C'$

$r^2 = \frac{\text{aire } A'B'C'}{\text{aire } ABC} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{27}{12}} = \frac{3}{2}$

$AB \cdot r = A'B'$

$3,4 \times 1,5 = A'B'$

$A'B' = \underline{5,1}$