

Antilles Guyane Juin 2006

Restitution organisée des connaissances

Prérequis : Pour tous réels strictement positifs a et x : $\ln(ax) = \ln(a) + \ln(x)$.1. Utiliser le résultat précédent pour démontrer que $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b)$ et que $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ pour tous réels strictement positifs a et b .2. On donne $0,69 \leq \ln 2 \leq 0,70$ et $1,09 \leq \ln 3 \leq 1,10$.En déduire des encadrements de $\ln 6$, $\ln\left(\frac{1}{6}\right)$, et $\ln\left(\frac{3}{8}\right)$ **CORRECTION**1. $b \times \frac{1}{b} = a$ donc $\ln\left(b \times \frac{1}{b}\right) = \ln 1 = 0$ or a et $\frac{1}{b}$ sont strictement positifs donc $\ln b + \ln\left(\frac{1}{b}\right) = 0$ donc $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln(b)$ $b \times \frac{a}{b} = a$ donc $\ln\left(b \times \frac{a}{b}\right) = \ln a$ or a et $\frac{a}{b}$ sont strictement positifs donc $\ln b + \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a$ donc $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ 2. $\ln 6 = \ln 2 + \ln 3$ d'où $0,69 + 1,09 \leq \ln 2 + \ln 3 \leq 0,70 + 1,10$
donc $1,78 \leq \ln 6 \leq 1,80$ $\ln\left(\frac{1}{6}\right) = -\ln 6$ donc $-1,80 \leq \ln\left(\frac{1}{6}\right) \leq -1,78$ $\ln\left(\frac{3}{8}\right) = \ln 3 - \ln 8 = \ln 3 - \ln 2^3 = \ln 3 - 3 \ln 2$ $3 \times 0,69 \leq 3 \ln 2 \leq 3 \times 0,70$ donc $-2,10 \leq -3 \ln 2 \leq -2,07$ $1,09 - 2,10 \leq \ln 3 - 3 \ln 2 \leq 1,10 - 2,07$ donc $-1,01 \leq \ln\left(\frac{3}{8}\right) \leq -0,97$