Nouvelle-Calédonie novembre 2014

EXERCICE 1 5 points Commun à tous les candidats

Les trois parties A, B et C sont indépendantes

Une fabrique de desserts glacés dispose d'une chaîne automatisée pour remplir des cônes de glace.

Partie A

Les cônes de glace sont emballés individuellement puis conditionnés en lots de 2000 pour la vente en gros.

On considère que la probabilité qu'un cône présente un défaut quelconque avant son conditionnement en gros est égale à 0,003.

On nomme X la variable aléatoire qui, à chaque lot de 2000 cônes prélevés au hasard dans la production, associe le nombre de cônes défectueux présents dans ce lot.

On suppose que la production est suffisamment importante pour que les tirages puissent être supposés indépendants les uns des autres.

1. Quelle est la loi suivie par X ? Justifier la réponse et préciser les paramètres de cette loi.

2. Si un client reçoit un lot contenant au moins 12 cônes défectueux, l'entreprise procède alors à un échange de celui-ci.

Déterminer la probabilité qu'un lot ne soit pas échangé; le résultat sera arrondi au millième.

Partie B

Chaque cône est rempli avec de la glace à la vanille. On désigne par Y la variable aléatoire qui, à chaque cône, associe la masse (exprimée en grammes) de crème glacée qu'il contient.

On suppose que Y suit une loi normale $\mathcal{N}(110\ ;\ \sigma^2)$, d'espérance $\mu = 110$ et d'écart-type σ.

Une glace est considérée comme commercialisable lorsque la masse de crème glacée qu'elle contient appartient à l'intervalle $[104\ ;\ 116]$.

Déterminer une valeur approchée à 10^{-1} près du paramètre σ telle que la probabilité de l'évènement « la glace est commercialisable » soit égale à 0,98.

Partie C

Une étude réalisée en l'an 2000 a permis de montrer que le pourcentage de Français consommant régulièrement des glaces était de 84 %.

En 2010, sur 900 personnes interrogées, 795 d'entre elles déclarent consommer des glaces.

Peut-on affirmer, au niveau de confiance de 95% et à partir de l'étude de cet échantillon, que le pourcentage de Français consommant régulièrement des glaces est resté stable entre les années 2000 et 2010 ?

EXERCICE 2 5 points Commun à tous les candidats

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

Pour chaque question, une affirmation est proposée. Indiquer si chacune d'elles est vraie ou fausse, en justifiant la réponse.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

Dans les questions 1. et 2. , le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(O\ ;\vec{u}, \vec{v})$

On désigne par $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.

1. Affirmation 1 :

Le point d'affixe $(-1 + i)^{10}$ est situé sur l'axe imaginaire.

2. Affirmation 2 :

Dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $z - \overline{z} + 2 - 4\,i = 0$ admet une solution unique.

3. Affirmation 3 :

$$\ln\left(\sqrt{e^7}\right) + \frac{\ln(e^9)}{\ln(e^2)} = \frac{e^{\ln 2 + \ln 3}}{e^{\ln 3 - \ln 4}}$$

4. Affirmation 4 :

$$\int_0^{\ln 3} \frac{e^x}{e^x + 2}\,dx = -\ln\left(\frac{3}{5}\right)$$

5. Affirmation 5 :

L'équation $\ln(x - 1) - \ln(x + 2) = \ln 4$ admet une solution unique dans $\mathbb{R}$

.

EXERCICE 3 5 points Commun à tous les candidats

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points A(1 ; 0 ; − 1), B(1 ; 2 ; 3), C(− 5 ; 5 ; 0) et D(11 ; 1 ; − 2).

Les points I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [CD].

Le point K est défini par $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1. *a.* Déterminer les coordonnées des points I, J et K.

b. Démontrer que les points I, J et K définissent un plan.

c. Montrer que le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées (3; 1; 4) est un vecteur normal au plan (IJK).

En déduire une équation cartésienne de ce plan.

2. Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation $3x + y + 4z - 8 = 0$.

a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (BD).

b. Démontrer que le plan $\mathcal{P}$ et la droite (BD) sont sécants et donner les coordonnées de L, point d'intersection du plan $\mathcal{P}$ et de la droite (BD).

c. Le point L est-il le symétrique du point D par rapport au point B ?

EXERCICE 4 5 points Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle [0 ; + ∞ [par $f(x) = 5 - \frac{4}{x+2}$.

On admettra que *f* est dérivable sur l'intervalle [0 ; + ∞ [. On *a* tracé en annexe 1 dans un repère orthonormé la courbe C représentative de *f* ainsi que la droite D d'équation $y = x$.

1. Démontrer que *f* est croissante sur l'intervalle [0 ; + ∞ [.

2. Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle [0 ; + ∞ [. On note α la solution.

On donnera la valeur exacte de α puis on en donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.

3. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel *n*, $u_{n+1} = f(u_n)$.

Sur la figure de annexe 1, en utilisant la courbe C et la droite D, placer les points M_0, M_1 et M_2 d'ordonnée nulle et d'abscisses respectives u_0, u_1 et u_2.

Quelles conjectures peut-on faire sur le sens de variation et la convergence de la suite (u_n) ?

4. *a.* Démontrer, par récurrence, que, pour tout entier naturel *n*, $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$ où α est le réel défini dans la question 2.

b. Peut-on affirmer que la suite (u_n) est convergente? On justifiera la réponse.

5. Pour tout entier naturel *n*, on définit la suite (S_n) par $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + \ldots. + u_n$.

a. Calculer S_0, S_1 et S_2. Donner une valeur approchée des résultats à 10^{-2} près.

b. Compléter l'algorithme donné en annexe 2 pour qu'il affiche la somme S_n pour la valeur de l'entier *n* demandée à l'utilisateur.

c. Montrer que la suite (S_n) diverge vers + ∞.

EXERCICE 4 5 points Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère l'algorithme suivant, où A et B sont des entiers naturels tels que A < B :

Entrées:	A et B entiers naturels tels que A < B
Variables :	D est un entier Les variables d'entrées A et B

Traitement :	Affecter à D la valeur de B − A
	Tant que D > 0
	B prend la valeur de A
	A prend la valeur de D
	    Si B > A Alors
	        D prend la valeur de B − A
	    Sinon
	        D prend la valeur de A − B
	    Fin Si
	Fin Tant que

Sortie :	Afficher A

1. On entre A = 12 et B = 14.

En remplissant le tableau donné en annexe, déterminer la valeur affichée par l'algorithme.

2. Cet algorithme calcule la valeur du PGCD des nombres A et B.

En entrant A = 221 et B = 331, l'algorithme affiche la valeur 1.

a. Justifier qu'il existe des couples (*x* ; *y*) d'entiers relatifs solutions de l'équation (E) $221x - 331y = 1$.

b. Vérifier que le couple (3 ; 2) est une solution de l'équation (E).

En déduire l'ensemble des couples (*x* ; *y*) d'entiers relatifs solutions de l'équation (E).

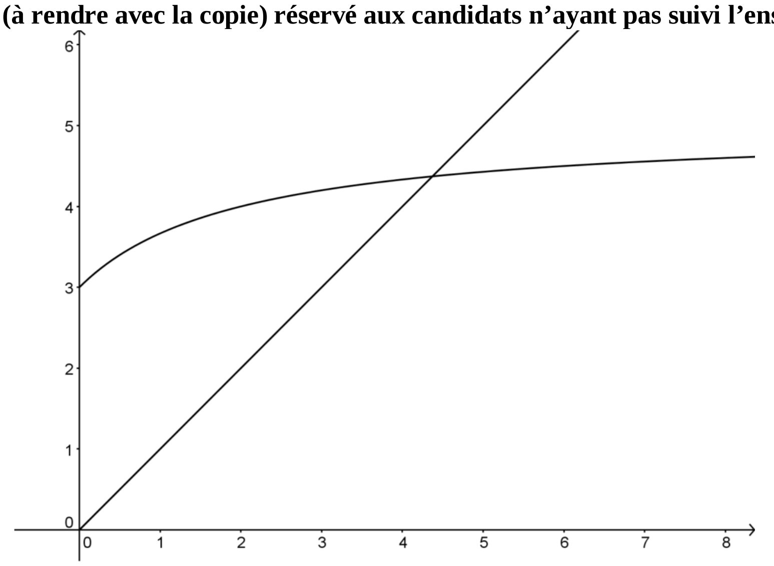
3. On considère les suites d'entiers naturels (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel *n* par :

$$u_n = 2 + 221n \text{ et } \begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = v_n + 331 \end{cases}$$

a. Exprimer v_n en fonction de l'entier naturel *n*.

b. Déterminer tous les couples d'entiers naturels (*p* ; *q*) tels que : $u_p = v_q$, $0 \leq p \leq 500$ et $0 \leq q \leq 500$.

Annexe 1 de l'exercice 4 (à rendre avec la copie) réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité



Annexe 2 de l'exercice 4 (à rendre avec la copie) réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Entrée :	*n* un entier naturel
Variables :	*u* et *s* sont des variables réelles
	n et *i* sont des variables entières
Initialisation :	*u* prend la valeur 1
	S prend la valeur *u*
	i prend la valeur 0
	Demander la valeur de *n*
Traitement :	Tant que ...
	Affecter à *i* la valeur *i* + 1
	Affecter à *u* la valeur ...
	Affecter à *s* la valeur ...
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher *s*.

Annexe 2 de l'exercice 4 (à rendre avec la copie) réservé aux candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

A	B	D
12	14	

CORRECTION

EXERCICE 1 5 points Commun à tous les candidats

Partie A

1. On a une succession de 2000 expériences aléatoires identiques et indépendantes, chacune d'elles a deux issues :

réussite : le cône est défectueux ($p = 0{,}003$)

échec : le cône n'est pas défectueux ($q = 1 - p = 0{,}997$)

donc la variable aléatoire X qui, à chaque lot de 2000 cônes prélevés au hasard dans la production, associe le nombre de cônes défectueux présents dans ce lot suit une loi binomiale de paramètres (2000 ; 0,003).

2. Le lot n'est pas échangé si le lot contient moins de 12 cônes défectueux, donc la probabilité qu'un lot ne soit pas échangé; est $P(X < 12) = P(X \leq 11) \approx 0{,}980$.

Partie B

Y suit une loi normale $\mathbf{N}(110 ; \sigma^2)$, d'espérance $\mu = 110$ et d'écart-type σ donc, si $Z = \dfrac{Y - 110}{\sigma}$, $\mathbb{Z}$ suit une loi normale centrée réduite

$P(104 \leq Y \leq 116) = 0{,}98 \Leftrightarrow P\left(\dfrac{104 - 110}{\sigma} \leq Z \leq \dfrac{116 - 110}{\sigma}\right) = 0{,}98 \Leftrightarrow P\left(-\dfrac{6}{\sigma} \leq Z \leq \dfrac{6}{\sigma}\right) = 0{,}98 \Leftrightarrow \dfrac{6}{\sigma} = 2{,}33 \Leftrightarrow \sigma = \dfrac{6}{2{,}33}$ donc $\sigma \approx 2{,}6$

Partie C

L'intervalle de fluctuation, au niveau de confiance de 95%, est $I_{900} = \left[p - 1{,}96\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}} ; p + 1{,}96\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}\right]$ avec $p = 0{,}84$ et $n = 900$ donc $I_{900} = [0{,}81 ; 0{,}86]$

$f = \dfrac{795}{900} \approx 0{,}883$ donc $f \notin I_{900}$, on ne peut donc pas affirmer, au niveau de confiance de 95% et à partir de l'étude de cet échantillon, que le pourcentage de Français consommant régulièrement des glaces est resté stable entre les années 2000 et 2010.

EXERCICE 2 5 points Commun à tous les candidats

1. Affirmation 1 : VRAIE

$(-1 + i)^2 = (-1)^2 - 2i + i^3 = -2i$ donc $(-1 + i)^4 = (-2i)^2 = -4$

$(-1 + i)^{10} = [(-1 + i)^4]^2 \times (-1 + i)^2 = (-4)^2 \times (-2i)$

$(-1 + i)^{10} = -32i$ donc le point d'affixe $(-1 + i)^{10}$ est situé sur l'axe imaginaire.

2. Affirmation 2 : FAUSSE

z est un complexe donc il existe deux réels x et y tels que $z = x + iy$

$\overline{z} = x - iy$ donc $z - \overline{z} = 2iy$

L'équation devient $2iy = 2 - 4i$ donc $2i^2y = i(2 - 4i)$

$-2y = 2i + 4$

y est réel, 1 i + 4 ne l'est pas donc l'équation $z - \overline{z} + 2 - 4i = 0$ n'admet pas de solution.

3. Affirmation 3 : VRAIE

$$\ln(\sqrt{e^7}) + \frac{\ln(e^9)}{\ln(e^2)} = \frac{1}{2}\ln(e^7) + \frac{9}{2} = \frac{7}{2} + \frac{9}{2} = 8$$

$$\frac{e^{\ln 2 + \ln 3}}{e^{\ln 3 - \ln 4}} = \frac{e^{\ln(2\times 3)}}{e^{\ln\left(\frac{3}{4}\right)}} = \frac{6}{\frac{3}{4}} = 8 \text{ donc } \ln(\sqrt{e^7}) + \frac{\ln(e^9)}{\ln(e^2)} = \frac{e^{\ln 2 + \ln 3}}{e^{\ln 3 - \ln 4}}$$

4. Affirmation 4 : VRAIE

$$\int_0^{\ln 3} \frac{e^x}{e^x + 2}\,dx = [\ln(e^x + 2)]_0^{\ln 3} = \ln(e^{\ln 3} + 2) - \ln(e^0 + 2) = \ln 5 - \ln 3$$

$$\int_0^{\ln 3} \frac{e^x}{e^x + 2}\,dx = -(\ln 3 - \ln 5) = -\ln\left(\frac{3}{5}\right)$$

5. **Affirmation 5 : FAUSSE**

L'équation est définie si $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$ soit $x > 1$

$\ln(x-1) - \ln(x+2) = \ln 4 \Leftrightarrow \ln(x-1) = \ln(x+2) + \ln 4 \Leftrightarrow \ln(x-1) = \ln[4(x+2)] \Leftrightarrow x - 1 = 4(x+2) \Leftrightarrow 3x = -9 \Leftrightarrow x = -3$

L'équation est définie si $x > 1$ donc n'admet pas de solution.

.

EXERCICE 3 5 points Commun à tous les candidats

1. *a.* I $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2} ; \dfrac{y_A + y_B}{2} ; \dfrac{z_A + z_B}{2}\right)$ donc I (1 ; 1 ; 1)

J$\left(\dfrac{x_C + x_D}{2} ; \dfrac{y_C + y_D}{2} ; \dfrac{z_C + z_D}{2}\right)$ donc J (3 ; 3 ; – 1)

$\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées (– 5 – 1 ; 5 – 2 ; 0 – 3) soit (– 6 ; 3 ; – 3)

$\overrightarrow{BK} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = \dfrac{1}{3} \times (-6) \\ y - 2 = \dfrac{1}{3} \times 3 \\ z - 3 = \dfrac{1}{3} \times (-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$ donc K a pour coordonnées (– 1 ; 3 ; 2)

b. $\overrightarrow{IJ}$ a pour coordonnées (2 ; 2 ; – 2)

$\overrightarrow{IK}$ a pour coordonnées (– 2 ; 2 ; 1)

Les coordonnées ne sont pas proportionnelles donc $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ ne sont pas colinéaires donc les points I, J et K définissent un plan.

c. $\overrightarrow{IJ} \cdot \vec{n}$ = 2 × 3 + 2 × 1 + (– 2) × 4 = 6 + 2 – 8 = 0

$\overrightarrow{IK} \cdot \vec{n}$ = – 2 × 3 + 2 × 1 + 1 × 4 = – 6 + 2 + 4 = 0, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ ne sont pas colinéaires et le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées (3; 1; 4) est orthogonal à $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IK}$ donc $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (IJK).

Une équation cartésienne de ce plan est de la forme $3x + y + 4z + d = 0$

I (1 ; 1 ; 1) appartient à ce plan donc $3 + 1 + 4 + d = 0$ soit $d = -5$

Une équation cartésienne du plan (IJK) est $3x + y + 4z - 8 = 0$.

2. *a.* La droite (BD) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{BD}$ (10 ; – 1 ; – 5) donc une représentation paramétrique de la droite (BD) est $\begin{cases} x = 10t + 1 \\ y = -t + 2 \\ z = -5t + 3 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

b. Une représentation paramétrique de la droite (BD) est $\begin{cases} x = 10t + 1 \\ y = -t + 2 \\ z = -5t + 3 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, le point d'intersection de (BD) et de $\mathcal{P}$ a un paramètre t tel que :

$3(10t + 1) + (-t + 2) + 4(-5t + 3) - 8 = 0$ donc $9t + 9 = 0$ soit $t = -1$, le plan $\mathcal{P}$ et la droite (BD) sont sécants, les coordonnées de L, point d'intersection du plan $\mathcal{P}$ et de la droite (BD) sont (– 9 ; 3 ; 8).

c. Le milieu de [DL] a pour coordonnées $\left(\dfrac{11-9}{2} ; \dfrac{1+3}{2} ; \dfrac{-2+8}{2}\right)$ soit (1 ; 2 ; 3) donc est le point B donc le point L est le symétrique du point D par rapport au point B.

EXERCICE 4 5 points Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

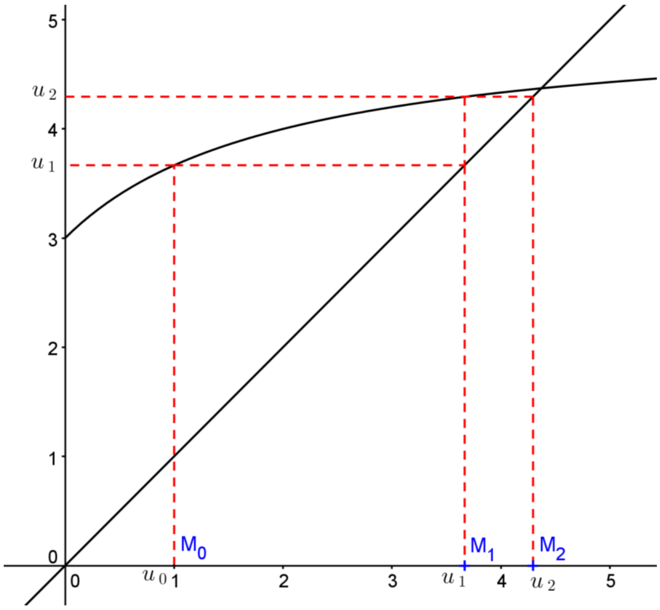
1. $f(x) = 5 - \dfrac{4}{x+2}$ donc $f'(x) = \dfrac{4}{(x+2)^2}$ donc $f'(x) > 0$ sur [0 ; + ∞ [donc f est croissante sur l'intervalle [0 ; + ∞ [.

2. $f(x) = x \Leftrightarrow x = 5 - \dfrac{4}{x+2} \Leftrightarrow x - 5 = -\dfrac{4}{x+2} \Leftrightarrow (x-5)(x+2) = -4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = -4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 6 = 0$

$\Delta = 3^2 - 4 \times (-6) = 33$ donc $x_1 = \dfrac{3+\sqrt{33}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{3-\sqrt{33}}{2}$

L'équation $f(x) = x$ admet pour seule solution sur l'intervalle [0 ; + ∞ [, $\alpha = \dfrac{3+\sqrt{33}}{2}$. donc $\alpha \approx 4{,}37$

3.



La suite (u_n) semble être croissante et converger vers α.

4. *a.* **Initialisation :** $u_0 = 1$ donc $u_1 = f(1) = 5 - \frac{4}{3} = \frac{11}{3}$, $\alpha \approx 4{,}37$ et $\frac{11}{3} \approx 3{,}66$ donc $0 \le u_0 \le u_1 \le \alpha$.

La propriété est vraie pour $n = 0$

Hérédité : Montrons que pour tout n si $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$ alors $0 \le u_{n+1} \le u_{n+2} \le \alpha$.
La fonction f est croissante sur [0 ; 1] donc si $0 \le u_n \le u_{n+1} \le \alpha$ alors $f(0) \le f(u_n) \le f(u_{n+1}) \le f(\alpha)$
$f(0) = 5 - 2 = 3$ et $f(\alpha) = \alpha$ (α est solution de $f(x) = x$) alors $3 \le u_{n+1} \le u_{n+2} \le \alpha$ donc $0 \le u_{n+1} \le u_{n+2} \le \alpha$.
La propriété est héréditaire donc est vraie pour tout n de $\mathbb{N}$.

b. La suite (u_n) est croissante majorée par α donc est convergente et sa limite est comprise entre u_0 et α soit entre 1 et α

5. *a.* $u_1 = \frac{11}{3}$ donc $u_2 = 5 - \frac{4}{\frac{11}{3} + 2} = \frac{73}{17}$

$S_0 = u_0 = 1$

$S_1 = u_0 + u_1 = 1 + \frac{11}{3} = \frac{14}{3}$ donc $S_1 \approx 4{,}67$

$S_2 = u_0 + u_1 + u_2 = S_1 + u_2 = 1 + \frac{14}{3} + \frac{73}{17} = \frac{457}{51}$ donc $S_2 \approx 8{,}96$

b.

Entrée :	n un entier naturel
Variables :	u et s sont des variables réelles
	n et i sont des variables entières
Initialisation :	u prend la valeur 1
	S prend la valeur u
	i prend la valeur 0
	Demander la valeur de n
Traitement :	Tant que $i < n$
	Affecter à i la valeur i + 1
	Affecter à u la valeur $5 - \frac{4}{u+2}$
	Affecter à s la valeur $s + u$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher s.

c. Si la suite (S_n) converge vers l alors $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = \lim\limits_{n \to +\infty} S_{n+1} = l$ donc, $\lim\limits_{n \to +\infty} S_{n+1} - S_n = 0$ soit $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$ or la suite (u_n) converge vers une limite comprise entre 1 et α. Ce qui est incohérent donc l'hypothèse « la suite (S_n) converge » est fausse, la suite (S_n) diverge

EXERCICE 4 5 points Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1.

A	B	D
12	14	2
2	12	10
10	2	8
8	10	2
2	8	6
6	2	4
4	6	2
2	4	2
2	2	0

Affichage : 2

2. ***a.*** Cet algorithme calcule la valeur du PGCD des nombres A et B, l'algorithme affiche la valeur 1 donc 221 et 331 sont premiers entre eux donc d'après le théorème de Bézout, il existe des couples (x ; y) d'entiers relatifs solutions de l'équation (E) $221\,x - 331\,y = 1$.

b. $221 \times 3 - 331 \times 2 = 663 - 662 = 1$ donc le couple (3 ; 2) est une solution de l'équation (E).

$\begin{cases} 221\,x - 331\,y = 1 \\ 221 \times 3 - 331 \times 2 = 1 \end{cases}$ donc par différence membre à membre : $221\,(x - 3) - 331\,(y - 2) = 0$

$221\,(x - 3) = 331\,(y - 2)$

$x - 3$ est un entier relatif donc 221 divise $331\,(y - 2)$

221 et 331 sont premiers entre eux donc, d'après le théorème de Gauss, 221 divise $y - 2$,

Il existe donc un entier relatif k tel que $y - 2 = 221\,k$

En remplaçant dans $221\,(x - 3) = 331\,(y - 2)$, on obtient que $x - 3 = 331\,k$ donc $x = 331\,k + 3$ et $y = 221\,k + 2$

Vérification :

$221\,(331\,k + 3) - 331\,(221\,k + 2) = 221 \times 331\,k + 221 \times 3 - 331 \times 221\,k - 2 \times 331$

$221\,(331\,k + 3) - 331\,(221\,k + 2) = 221 \times 3 - 331 \times 2 = 1$

Les solutions de l'équation (E) $221\,x - 331\,y = 1$ sont les couples $(331\,k + 3 ; 221\,k + 2)$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

3. ***a.*** (v_n) est une suite arithmétique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison 331 donc $v_n = 331\,n + 3$

b. $u_p = v_q \Leftrightarrow 2 + 221\,p = 3 + 331\,q \Leftrightarrow 221\,p - 331\,q = 1 \Leftrightarrow (p ; q)$ est solution de (E) donc, $p = 331\,k + 3$ et $q = 221\,k + 2$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

$0 \le p \le 500$ donc $0 \le 331\,k + 3 \le 500 \Leftrightarrow -3 \le 331\,k \le 497 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{331} \le k \le \dfrac{497}{331}$

$k \in \mathbb{Z}$ donc $k \in \{0 ; 1\}$

Pour $k = 0$, $p = 3$ et $q = 2$ donc $0 \le p \le 500$ et $0 \le q \le 500$.

Pour $k = 1$, $p = 334$ et $q = 223$ donc $0 \le p \le 500$ et $0 \le q \le 500$.

Les deux conditions $0 \le p \le 500$ et $0 \le q \le 500$ sont vérifiées donc soit $k = 0$ soit $k = 1$

k	$p = 331\,k + 3$	$q = 221\,k + 2$	$u_p = 221\,p + 2$	$v_q = 331\,q + 3$
0	3	2	665	665
1	334	223	73 816	73 816

Il existe deux couple d'entiers naturels (p ; q), le couple (3 ; 2) et (334 ; 223) tels que $u_p = v_q$, $0 \le p \le 500$ et $0 \le q \le 500$.