Liban mai 2018

EXERCICE 1 (3 points) Commun à tous les candidats

Les quinze jours précédant la rentrée universitaire, le standard téléphonique d'une mutuelle étudiante enregistre un nombre record d'appels.

Les appelants sont d'abord mis en attente et entendent une musique d'ambiance et un message préenregistré.

Lors de cette première phase, le temps d'attente, exprimé en secondes, est modélisé par la variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,02\ s^{-1}$.

Les appelants sont ensuite mis en relation avec un chargé de clientèle qui répond à leurs questions. Le temps d'échange, exprimé en secondes, lors de cette deuxième phase est modélisé par la variable aléatoire Y, exprimée en secondes, qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 96\ s$ et d'écart-type $\sigma = 26\ s$.

1. Quelle est la durée totale moyenne d'un appel au standard téléphonique (temps d'attente et temps d'échange avec le chargé de clientèle) ?

2. Un étudiant est choisi au hasard parmi les appelants du standard téléphonique.

a. Calculer la probabilité que l'étudiant soit mis en attente plus de 2 minutes.

b. Calculer la probabilité pour que le temps d'échange avec le conseiller soit inférieur à 90 secondes.

3. Une étudiante, choisie au hasard parmi les appelants, attend depuis plus d'une minute d'être mise en relation avec le service clientèle. Lasse, elle raccroche et recompose le numéro. Elle espère attendre moins de trente secondes cette fois-ci.

Le fait de raccrocher puis de rappeler augmente-t-il ses chances de limiter à 30 secondes l'attente supplémentaire ou bien aurait-elle mieux fait de rester en ligne ?

CORRECTION

1. La durée totale moyenne d'un appel au standard téléphonique est $E(X) + E(Y) = \dfrac{1}{\lambda} + \mu = 50 + 96$ soit 146 s ou encore 2 minutes 26 secondes

2. *a.* La probabilité que l'étudiant soit mis en attente plus de 2 minutes (donc plus de 120 secondes) est

$$P(X > 120) = e^{-120\lambda} = e^{-2,4} \approx 0,0907$$

b. La probabilité pour que le temps d'échange avec le conseiller soit inférieur à 90 secondes est $P(Y < 90) \approx 0,409$ (à la calculette).

3. X suit une loi exponentielle donc une loi à durée de vie sans vieillissement donc $P_{X > t}(X > t + h) = P(t)$

donc $P_{X > 60}(X > 60 + 30) = P(X > 30) = e^{-30 \times 0,02} = e^{-0,6}$

Le fait de raccrocher puis de rappeler n'augmente pas ses chances de limiter à 30 secondes l'attente supplémentaire, elle aurait mieux fait de rester en ligne.