

Ordonnancement

1 Le problème

En théorie des graphes, il existe des problèmes dits « d'ordonnancement » ; il y a un certain nombre de tâches à effectuer, certaines devant être accomplies avant certaines autres. Il s'agit d'optimiser tout ça pour effectuer le travail dans les meilleurs délais.

Pour illustrer mon propos, j'ai choisi un sujet de BTS SIO (Services informatiques aux organisations) de 2019 disponible sur le site de l'APMEP en cliquant [ici](#).

Son corrigé est disponible en cliquant [ici](#).

Et les fichiers L^AT_EX sont accessibles en cliquant [ici](#).

2 Le texte de l'exercice

Après l'obtention de leur BTS SIO, trois amis décident de créer un jeu vidéo nommé « escape game ». Les différentes tâches de la réalisation de ce projet sont décrites dans le tableau suivant.

| Nom simplifié de la tâche | Description de la tâche | Durée en jour | Tâches précédentes |
|---------------------------|-------------------------------------|---------------|--------------------|
| A | Choix du matériel et achats | 1 | F |
| B | Fabrication du matériel | 5 | A |
| C | Inauguration | 1 | E |
| D | Livraison du matériel | 1 | B, A, G |
| E | Mise en place du matériel et essais | 5 | D, H |
| F | Recherche des énigmes | 4 | - |
| G | Recherche des locaux | 9 | - |
| H | Rédaction du scénario complet | 5 | F |

1. Déterminer le niveau de chacun des sommets.
2. Donner le tableau des successeurs de chaque sommet.
3. Construire le graphe d'ordonnancement du projet (méthode M. P. M. ou P. E. R. T.) en incluant les dates au plus tôt et au plus tard.
4. Donner le chemin critique et la durée minimale du projet.
5. Calculer la marge totale de la tâche H et donner une interprétation de ce résultat.
6. Un célèbre animateur accepte d'assister à l'inauguration si elle a lieu 15 jours après le lancement du projet. Les tâches A, B, C, D, E ont une durée incompressible. De quelle(s) tâche(s) doit-on réduire la durée pour que l'inauguration puisse avoir lieu le jour fixé ?

3 Les graphes

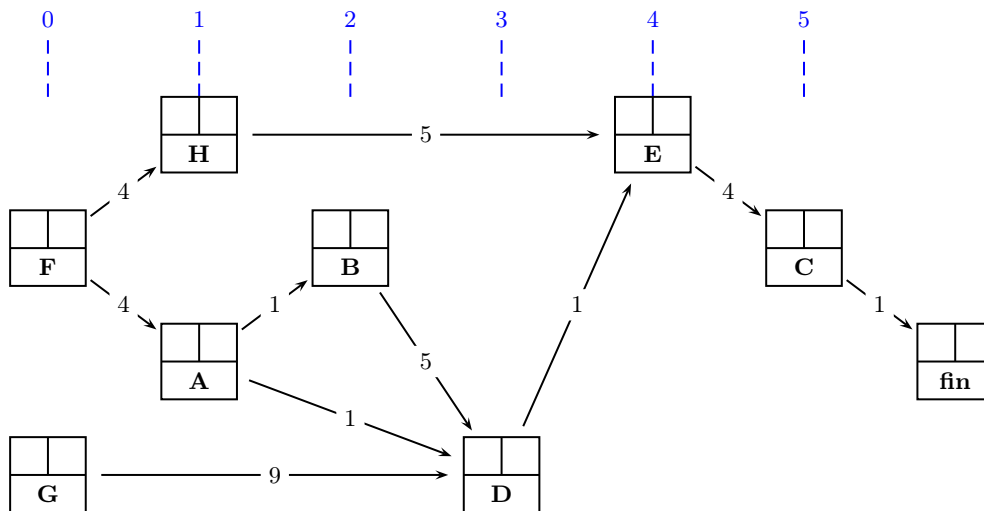
La méthode utilisée pendant le cours (et détaillée dans le corrigé) permet de déterminer les niveaux des sommets.

| Niveaux | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------|-------|-------|---|---|---|---|
| Tâches | F – G | A – H | B | D | E | C |

En partant du tableau des prédécesseurs, on établit le tableau des successeurs de chaque sommet.

| Tâche | Prédécesseurs | Successeurs |
|-------|---------------|-------------|
| A | F | B – D |
| B | A | D |
| C | E | – |
| D | B – A – G | E |
| E | D – H | C |
| F | – | A – H |
| G | – | D |
| H | F | E |

On construit par étapes le graphe d'ordonnancement du projet (méthode M. P. M.); pour cela on construit le graphe par niveaux en rajoutant une tâche fictive « fin ».



C'est ici qu'il faut donner quelques explications.

Chaque sommet est contenu dans une boîte appelée `\boxh`. La case du bas sert à écrire le nom du sommet, la case en haut à gauche contiendra la date « au plus tôt » de ce sommet, et la case en haut à droite contiendra la date « au plus tard » du sommet.

On définit `\boxh` ainsi :

```

\newcommand{\boxh}[3]{%%
\newrgbcolor{rb}{0.804 0 0}%% nouvelle couleur
\psframe(-1,-1)(1,1)%% l'entourage de la boîte
\psline(-1,0)(1,0)%% la ligne horizontale
\psline(0,0)(0,1)%% la ligne verticale
\rput(0,-0.5){\textbf{#1}}%% nom du sommet
\rput(-0.5,0.5){\blue{#2}}%% date au plus tôt en bleu
\rput(0.5,0.5){\rb{#3}}%% date au plus tard en rouge bordeaux

```

En tapant `\psset{unit=0.5cm} \boxh{A}{1}{2}` on obtient

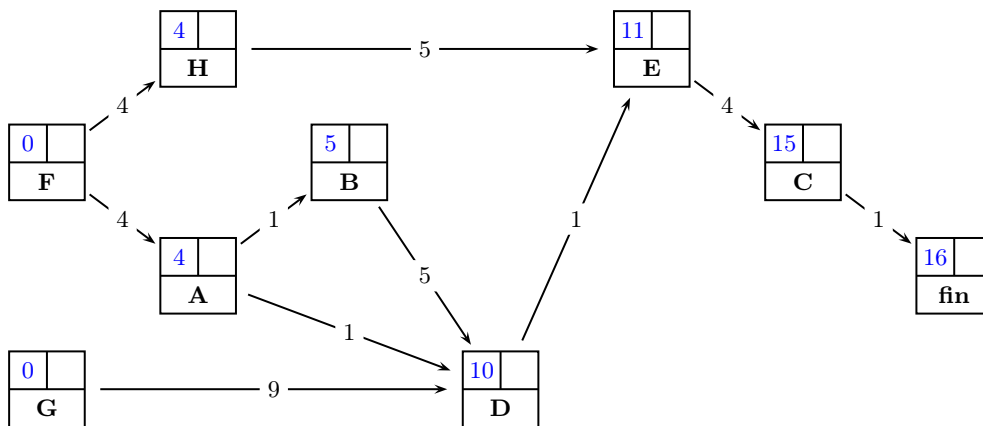


Pour placer correctement les boîtes, on les positionne avec des `\rput`.

Les flèches sont tracées avec `\ncline{->}`, et les durées des tâches sont écrites avec `\ncput*`.

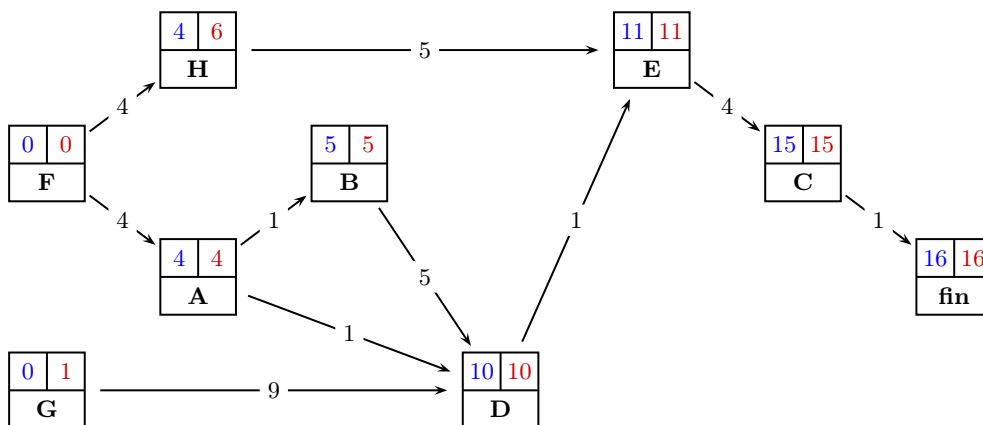
Il ne reste plus qu'à remplir les éléments manquants.

Pour déterminer pour chaque tâche la « date au plus tôt », on traite les sommets par niveaux en partant du début. Puis pour chaque sommet, on note la date qui est la longueur du plus **long** chemin depuis le début.



Ce graphe donne la durée minimale du projet qui est de 16 jours.

Pour déterminer pour chaque tâche la « date au plus tard », on traite les sommets par niveaux en partant de la fin et en marquant 16 pour le sommet « fin ». La date « au plus tard » d'une tâche s'obtient en retirant de la date au plus tard de la tâche qui lui succède sa propre durée. S'il y a plusieurs successeurs, on garde la date la plus **petite**.



Il peut y avoir d'autres façons de représenter un ordonnancement MPM, notamment en faisant apparaître les marges qui donnent les latitudes dans l'exécution des différentes tâches.

On peut trouver sur internet plein de sites qui parlent des problèmes d'ordonnancement.

En voici un **exemple**, ou **un autre**.

On peut aussi interroger son moteur de recherche préféré!