A l'aide d'une résolution matricielle, déterminer la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$ dont la courbe représentative passe par A(1 ; 0) et B(2 ; 3) et la tangente à la courbe au point B a pour coefficient directeur 5.

**CORRECTION**

La courbe représentative passe par A(1 ; 0) et B(2 ; 3) donc $f(1) = 0$ et $f(2) = 3$ soit $a + b + c = 0$ et $4\,a + 2\,b + c = 3$

La tangente à la courbe au point B a pour coefficient directeur 5 donc $f\,'(2) = 5$ or $f\,'(x) = 2\,a\,x + b$ donc $4\,a + b = 5$

On a donc à résoudre le système : $\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4\,a + 2\,b + c = 3 \\ 4\,a + b = 5 \end{cases}$.

Soit X = $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et B = $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, le système est équivalent à A X = B

A est inversible et $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

$A\,X = B \Leftrightarrow X = A^{-1}\,B \Leftrightarrow X = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

La fonction $f$ est donc définie par : $f(x) = 2\,x^2 - 3\,x + 1$.