
EUCLIDE


HYPATIE


AL KHWARISMI


AL KHAYYAM


GERBERT D'AURILLAC


FIBONACCI


TARTAGLIA


CARDAN


VIETE


DESCARTES

LES SIECLES OUBLIES DE L'HISTOIRE DES MATHEMATIQUES

Jean-Marc
DEWASME

INTRODUCTION

Connaissez-vous deux spécialités culinaires étrangères? ...deux moyens de contraception?...deux rivières australiennes ??? ... ! J'en déduis que, comme beaucoup de Français, en dehors de la bouffe et du sexe, votre culture est très limitée !

On peut en parodiant cette blague classique faire trouver deux noms de mathématiciens grecs, deux noms de mathématiciens postérieurs au dix-septième siècle, et constater pour beaucoup de gens un grand vide si on leur demande ce qui s'est passé entre le premier et le quinzième siècle.

Pourtant dans cette période se sont développées des notions aussi élémentaires que la numération, l'algèbre du premier, second et troisième degré, l'analyse combinatoire prélude aux probabilités, la trigonométrie et des recherches sur le postulat d'Euclide qui conduiront plus tard aux géométries non-euclidiennes.

L'étude de l'histoire mathématique de ces siècles oubliés peut permettre de répondre à des questions aussi imprévues que :

- pourquoi l'inconnue se note x ?
- comment chiffre qui à l'origine voulait dire zéro est devenu un terme générique ?
- pourquoi le ministre des finances s'appelle chancelier de l'échiquier en Angleterre ?
- est-ce un hasard si dans *Don Quichotte* un guérisseur se nomme *Algébrista* ?
- l'exemple d'Hypatie a-t-il découragé les femmes de faire des mathématiques ?
- quel rôle la religion a-t-elle joué dans l'évolution scientifique ?
- quel lien y a-t-il entre un calcul algébrique et un calcul rénal ?
  résoudre une équation du troisième degré aide-t-il les garagistes ?

Mon but n'est pas de faire un travail encyclopédique, mais de donner quelques points de repère et le goût de chercher plus loin pour ceux que ce résumé intéressera. J'ai choisi le côté anecdotique tout en essayant de tracer les grandes lignes des profondes mutations de la communauté scientifique de ces époques. Les spécialistes voudront bien pardonner les approximations, affirmations discutables et interprétations personnelles qui peuvent émailler ce texte.

REPERES de CHRONOLOGIE

dates		**mathématiciens**	**découvertes et progrès**	**événements extérieurs**
-600 ; -500		**THALES ;PYTHAGORE**		
-500 ; -400		**ZENON**	Ecole pythagoricienne	
-400 ; -300		**PLATON ; ARISTOTE**	Ecole d'Athènes	
-300 ; -200		**EUCLIDE;ARCHIMEDE** **APOLLONIUS** **ERATHOSTENE**	L'age d'or des mathématiques grecques	
-200 ; -100		**HIPPARQUE**		
-100 ; 0		**HERON**	Trigonométrie	
0:100		**MENELAUS**	Mécanique	
100 ; 200		**PTOLEMEE**	Trigonométrie et astronomie	Les nombres négatifs en Chine
200 ; 300		**DIOPHANTE** **LIU HUI**		
300 ; 400		**PAPPUS ; THEON** **HYPATIE**		Constantin et Byzance
400 ; 500		**ARYABATHA**	Les chiffres	Fin de l'empire romain d'occident
500 ; 600		**SUNZI**	Les congruences	
600 ; 700		BRAHMAGUPTA	Le zéro	Mahomet, début de l'expansion arabe
700 ; 800				La bibliothèque de Bagdad
800 ; 900		**AL KHWARISMI**	Les chiffres arabes, l'algèbre du 2° degré	Charlemagne Haroun al Rachid et les mille et une nuits
900 ; 1000		**GERBERT**	Les chiffres arabes en Europe	L'imprimerie voit le jour en Chine
1000 ; 1100		AL HAYTHAM Omar KHAYYAM	Les équations	Alamut
1100 ; 1200		**AL SAMAW'AL**	Ecole de Tolède	Les croisades Gengis Khan
1200 ; 1300		**AL TUSI ; FIBONACCI**	Trigonométrie	Invasions mongoles Marco Polo en Chine
1300 ; 1400		**AL FARASI** **ZHE SHIJIE**	Combinatoire	Tamerlan. Début de l'empire Ottoman
1400 ; 1500		**AL KASHI** **CHUQUET**		Prise de Constantinople
1500 ; 1600		TARTAGLIA ; CARDAN *VIETE*	Equation du 3° degré ; école de Bologne	
1600 ; 1700		**DESCARTES; FERMAT** **PASCAL etc**	Les symboles	

LE DECLIN EN OCCIDENT

Au premier siècle de notre ère, après l'âge d'or des mathématiques grecques, on ne peut pas dire qu'il y ait encore de grandes œuvres mathématiques, un développement logique, mais on a encore des mathématiciens qui poursuivent des études déjà faites, appliquent, développent et commentent les résultats de leurs prédécesseurs. Avec **Hipparque**, **Menelaus** et **Ptolémée** des progrès sont faits en astronomie et en trigonométrie. Malgré une résistance en arithmétique avec **Diophante**, et en géométrie avec **Pappus**, la régression s'installe dans l'Empire romain dès le troisième siècle, et ensuite les mathématiciens ne sont plus que des commentateurs comme **Proclus**.

On a souvent donné comme explication les invasions barbares. Sans vouloir écarter cette cause (on ne peut ne pas tenir compte de l'invasion des Wisigoths en 378, de l'installation des Francs en Gaule et de Clovis à Lutèce, de la prise de Rome par Alaric en 410, de la fin de l'Empire romain d'Occident vers 485 ou de l'invasion des Huns d'Attila), on peut néanmoins explorer d'autres pistes. Le déclin des sciences en Occident va de pair avec l'affaiblissement du pouvoir politique. D'abord fédération de cités, l'Empire romain pour résister aux dangers va se transformer en une monarchie absolue et bureaucratique. Les tâches qui incombaient aux municipalités sont remplies par l'administration publique mais cela pèse lourdement sur les populations qui se lassent de plus en plus et le patrimoine disparaît peu à peu. Au IV siècle l'armée romaine toute entière est constituée de mercenaires. L'économie urbaine et marchande est dépendante de l'Orient et elle s'étiole progressivement. Les négociants levantins vendent beaucoup et achètent peu, ce qui épuise les réserves de métaux précieux. L'or se fait rare et cela entraîne un ralentissement des échanges commerciaux et la décadence des villes ; les ressources reposent presque uniquement sur l'impôt foncier acquitté en nature et de perception malaisée. Avec le déclin des villes et le repli sur les campagnes, les écoles se ferment, et avec elles les lieux de lecture et les foyers intellectuels ; l'usage du grec se perd, l'astronomie est remplacée par l'astrologie.

L'influence du christianisme ne peut non plus être ignorée. Saint Augustin écrira « *Tout ce que l'homme peut apprendre en dehors de la bible s'y trouve contenu si c'est utile, condamné si c'est nuisible* » et on ne peut pas vraiment assimiler la bible à un ouvrage mathématique ! Après avoir été longtemps persécutés, les chrétiens vont, à partir de Constantin qui établit sa capitale à Byzance en 324, faire preuve d'ostracisme vis-à-vis des non-chrétiens parmi lesquels se trouvent majoritairement les mathématiciens. Ce sont des chrétiens Vandales qui, les premiers, détruiront une grande partie de la bibliothèque d'Alexandrie, ce sont des chrétiens conduits par l'évêque Cyrille d'Alexandrie qui, en 415, massacreront **Hypatie** parce qu'elle refusait de se convertir. Seule femme mathématicienne de l'Antiquité et du Moyen-âge, cette fille de **Theon**, également musicienne et philosophe sera décapitée, découpée en morceaux qui seront éparpillés dans les rues d'Alexandrie.

Lorsque les mahométans s'empareront d'Alexandrie en 640, il y a bien longtemps que la bibliothèque était fermée et il ne restait plus grand chose à détruire. L'école d'Athènes avait été fermée en 529 par décret de Justinien.
Des dissidences apparaissent et commence une fuite des cerveaux vers l'Est. Les Nestoriens d'Edesse vont se réfugier dans l'empire Sassanide, Simplicius, un des derniers commentateurs d'Aristote, s'exile en Iran. Byzance va beaucoup plus s'occuper de ce qui se passe au Nord : les Slaves et les Bulgares des Balkans, les Magyars. Les Slaves sont convertis par Cyrille et Méthode qui leur donneront un alphabet, des textes dans leur langue et une liturgie adaptée à l'Eglise slave.

Ce qui subsistera en Occident au moyen âge sera négligeable pendant de longs siècles, les peuples chrétiens seront plongés dans l'obscurantisme, l'instruction scientifique sera rudimentaire. On ne reviendra pas à l'utilisation de cailloux (origine du mot calcul : *calculus*) mais on se limitera à savoir compter sur ses doigts en chiffres romains ! Le véritable calcul ne faisait plus partie des programmes et était réservé à une caste privilégiée de professionnels, souvent regardés comme des magiciens doués de pouvoirs surnaturels et diabolisés par l'Eglise. Je terminerai par une anecdote significative : au dixième siècle le mathématicien **Gerbert**, premier pape français en 998 sous le nom de Sylvestre II, qui introduisit les chiffres arabes en Occident après un voyage en Espagne, fut même traité de sorcier. On murmurera qu'il avait vendu son âme à Lucifer, à tel point qu'en 1648 l'autorité pontificale fit ouvrir son tombeau pour vérifier si le diable ne s'y trouvait pas **!!**

UN SOUFFLE NOUVEAU : L'APPORT ORIENTAL

Pendant qu'en Occident les mathématiques entraient peu à peu dans une hibernation qui durera près de dix siècles, d'importantes découvertes étaient faites en Extrême Orient. Elles mettront plusieurs siècles à nous parvenir par l'intermédiaire des Arabes, mais leur apport sera déterminant pour l'évolution scientifique.

EN CHINE

Les premières sources scientifiques en Chine apparaissent avant notre ère sous la dynastie des Han avec le ***Chui chang suan shu*** (l'art mathématique en 9 sections). L'origine en est très imprécise, car en 213 l'empereur ordonnera de brûler tous les livres, mais ce recueil contient des solutions de systèmes selon une méthode matricielle analogue à ce que nous appelons la méthode de Gauss. Dès les premiers siècles de notre ère ils mettent en place les nombres négatifs. Contrairement aux Occidentaux qui seront longtemps réticents (D'Alembert les nomme encore nombres faux), les Chinois, par leur philosophie, acceptent l'opposition des nombres positifs (yang) et des nombres négatifs (yin).

Au III siècle, **Liu Hui**, surnommé l'Euclide chinois, commentateur important des 9 sections, redécouvre de manière originale le théorème de Pythagore, le volume de la pyramide, et obtient 3,14159 comme valeur approchée de π à l'aide d'un polygone de 172 côtés.

Ces études conduiront le Chinois **Zu Chong Zhi** à obtenir dès le V siècle la fraction 355/113 comme valeur de π (cette valeur qu'on découvrira en Europe au XVI siècle avec Adrien Métius et qui est utilisée pour les trains à crémaillère). C'est la troisième réduite de π en fraction continue, la première étant la valeur 22/7 trouvée par **Archimède**.

Au VI siècle, des études astronomiques à propos de problèmes de calendriers amèneront **Sunzi** à résoudre des problèmes de congruences (ce qu'on appelle couramment le théorème chinois). *Si x a pour reste 2 en comptant par 3, 3 en comptant par 5 et 5 en comptant par 7, je trouve que x a pour reste 68 en divisant par 105*. Ces problèmes de congruences seront ensuite étudiés par l'Indien **Brahmagupta**, l'Italien **Fibonacci**, puis **Euler** et **Gauss**.

Soutenus par la dynastie des Tang (du VII au X siècle), les mathématiciens chinois continueront à étudier les systèmes, à progresser dans la virtuosité calculatoire : ils utilisent les nombres décimaux dès le XIII siècle avec quelquefois jusqu'à 20 chiffres après la virgule (ces nombres ne seront courants en Europe qu'après Stevin au XVI siècle). Mais, après la période faste de la dynastie des Tang, la Chine va connaître plusieurs siècles agités. Au XII siècle elle est divisée et compte 6 capitales : Ta'ting, Luoyang, Ta'tong, Pékin, Kaifeng et Hang-Tcheou. Cela libère les autres puissances asiatiques. C'est l'apogée des Khmers avec la construction d'Angkor Vat, mais surtout une poussée gigantesque des mondes nomades qui circulent à travers les steppes de l'Eurasie. Les Mongols Kitat, qui avaient déjà fait une incursion en Chine du Nord à l'intérieur de la grande muraille, installent un général sur le trône et se sinisent en prenant le nom de Kin. Pour tenter de rejeter les Kins les Chinois font appel à des demi barbares : les Djürtchäts (apparentés aux Mandchous), qui au début du XIII siècle occupent la Chine du Nord. D'autres Mongols nomadisent dans le Turkestan de l'Ienisseï à l'Amou Daria, des Turcs islamisés s'étendent du Khwarism au Khorasan, de Kaboul à la Géorgie, les Afghans sont au nord de l'Inde et des Turco-mongols peuplent la Russie et les Balkans jusqu'au Danube.

C'est à cette époque que travaille **Yang Hui** qui obtient la somme des carrés des nombres entiers par assemblage de 2 volumes.

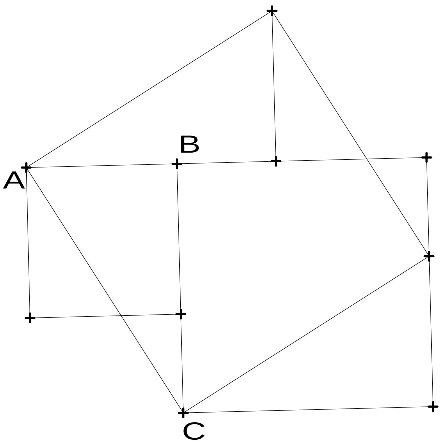
Un peu plus tard **Zhe Shijie**, dans son traité ***" Les miroirs précieux des 4 éléments "*** met en place une méthode qui ressemble beaucoup au schéma de Horner et utilise un triangle arithmétique identique au triangle de Pascal.

Les 4 éléments sont :le ciel, la terre, l'homme et les équations !

Mais les Chinois se préoccupent davantage de virtuosité que de mise en place de concepts. Ils font rarement recours à la démonstration et se contentent d'utiliser des résultats : pour eux les mathématiques ne sont souvent qu'un jeu de l'esprit.

LIU HUI III siècle

A l'aide de découpages (TANGRAM) il montre le théorème de PYTHAGORE

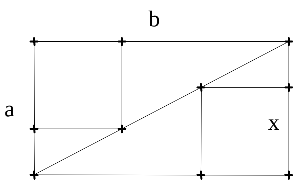


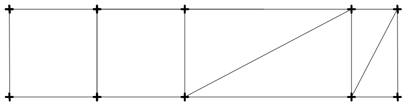
Avec les morceaux du carré de côté AC

on peut reconstituer les deux carrés

de côtés AB et BC

Par une méthode similaire il trouve le côté du carré inscrit dans un triangle rectangle





Les morceaux du rectangle de côtés a et b

forment une surface ab

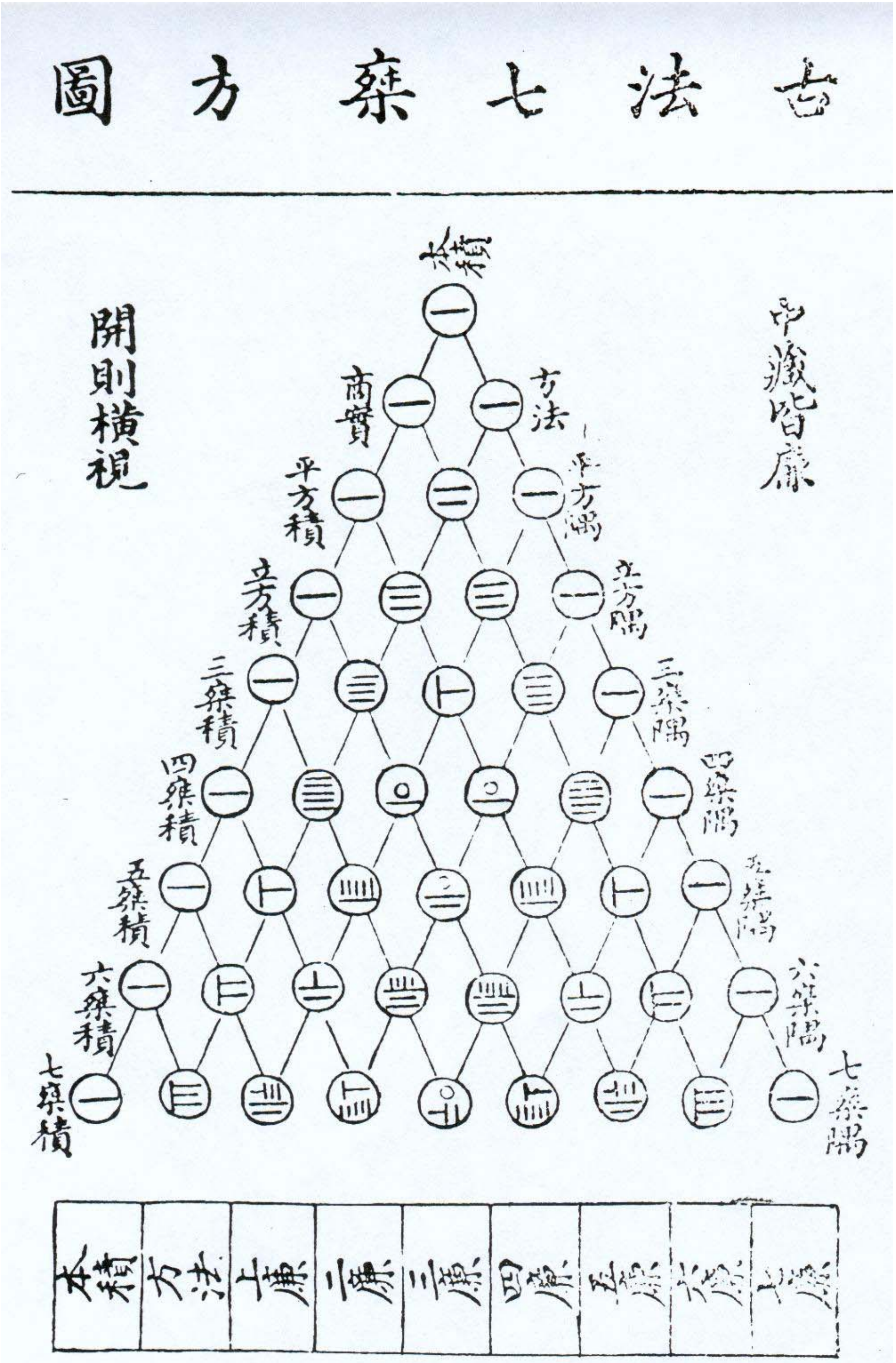
les mêmes morceaux peuvent former un

rectangle de côtés x et a+b

Donc $x = \dfrac{ab}{a + b}$

Il utilise des découpages du même type dans l’espace pour déterminer le volume d’une pyramide.

LE TRIANGLE ARITHMETIQUE DE SHIJIE (1303)



EN INDE

Vers le IV siècle, les ***Siddhantas*** (systèmes astronomiques) remplacent en Inde la trigonométrie des cordes de Ptolémée par une véritable introduction des sinus. Mais la principale contribution des mathématiciens indiens a été de mettre en place un système de numération de position incluant le zéro (ce que nous appelons improprement les chiffres arabes car ce sont les Arabes qui nous les feront connaître).

C'est en Inde du Nord, vers le V siècle, que l'on trouve les premières notions de ce système dans un traité de cosmologie ***(le lakavibhaga***).

Les chiffres se nomment : ***eka, dva, tri, catur, panca, sat, sapta, asta, nova et çunya*** (qui veut dire vide) pour le zéro. Ainsi pour 301 les Indiens énoncent eka, çunya, tri, c'est à dire littéralement un, vide, trois.

Le premier grand mathématicien indien est **Aryabatha** qui vers l'an 500 écrit un ouvrage intitulé ***aryabathativa***. Il y expose le système de numération, calcule 4 décimales de π, établit des calculs sur les progressions, qu'elles soient géométriques (calculs d'intérêts composés) ou arithmétiques. On y trouve par exemple cette règle de détermination du nombre de termes à partir de la somme des termes d'une suite arithmétique :

« : *Multiplier la somme de la progression par huit fois la différence commune, additionner le carré de la différence entre deux fois le premier terme et la différence commune, effectuer la racine carrée de ceci, soustraire deux fois le premier terme, diviser par la différence commune, ajouter un et diviser par deux : cela donnera le nombre de termes» (ouf !) Ce qui, avec les notations actuelles, donne la formule* $n = \dfrac{r - 2u_1 + \sqrt{8rS + (2u_1 - r)^2}}{2r}$

Ces procédés de calcul se retrouveront dès le VI siècle chez les Khmers, les Chams, les Javanais.

Au VI siècle toujours, les Indiens inventent une disposition pratique pour la multiplication (dite " à l'indienne").

En 628 **Brahmagupta** écrit un grand traité d'astronomie : le ***brahmasphutasidd'hanta***.

Il y enseigne les 6 opérations : addition, soustraction, multiplication, division, puissances, racines (carrées et cubiques), sur les biens (positifs) les dettes (négatifs) et le néant (zéro). On y trouve la règle des signes, 0 divisé par 0 n'est rien, mais il a encore des problèmes avec a divisé par 0 (au XII siècle on trouve toujours a divisé par 0 puis multiplié par 0 donne a).

Il étudie des équations diophantiennes, certaines équations de **Pell** ($y^2 = 1 + ax^2$), utilise la barre de fraction, opère des réductions au même dénominateur pour des sommes de fractions, établit une règle d'interpolation que développera **Newton**, remarque que les négatifs n'ont pas de racine carrée, développe le maniement des irrationnels avec des formules du type $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}$, généralise la formule de **Heron** : $A=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$ sans se rendre compte qu'elle n'est vraie que pour un quadrilatère inscriptible. Il utilise une technique qui s'apparente à un logarithme de base 2, arrivant à un stade de calcul que l'Europe ne connaîtra qu'au XVI siècle. Il commence à utiliser la notion d'inconnue qu'il appelle ***ya*** (première syllabe de ***yavattavat*** qui veut dire "autant que").

Le zéro sera généralisé en Inde au IX siècle.

Au XII siècle **Bhaskara** introduit la notion d'infini pour a divisé par 0 et la règle $\infty + a = \infty$ (l'infini se disant ***ananta***) dans un ouvrage auquel il donne le nom de sa fille ***Lilavatti*** .

Au XV siècle **Madhava** donne la formule de Taylor dans un cas particulier, celle de **Gregory** pour Arctan(x) ce qui lui permet d'obtenir 12 décimales de π.

Mais les textes Indiens sont encombrés de croyances populaires et ont parfois recours à la théologie pour remplacer les démonstrations**.** Al Biruni dira que ce sont « des pierreries au milieu de débris de poterie, des perles éparpillées dans la fiente d'un chameau . »

Le premier satellite Indien porte le nom d'Aryabatha et 2 autres celui de Bhaskara.

BRAHMAGUPTA

(598-660)

A partir du nouveau système de numération et d'écriture des nombres déjà introduit par Aryabatha il développe le calcul des 6 opérations : +, -, $\times$, /, puissances et racines)
Il utilise les positifs, les négatifs et le néant (çunya) équivalent de notre zéro.

<table>
<tr><td rowspan="5">Multiplication à l'indienne

547×6538 = 3576286
Les multiplications sont faites dans un

tableau à double entrée, les additions

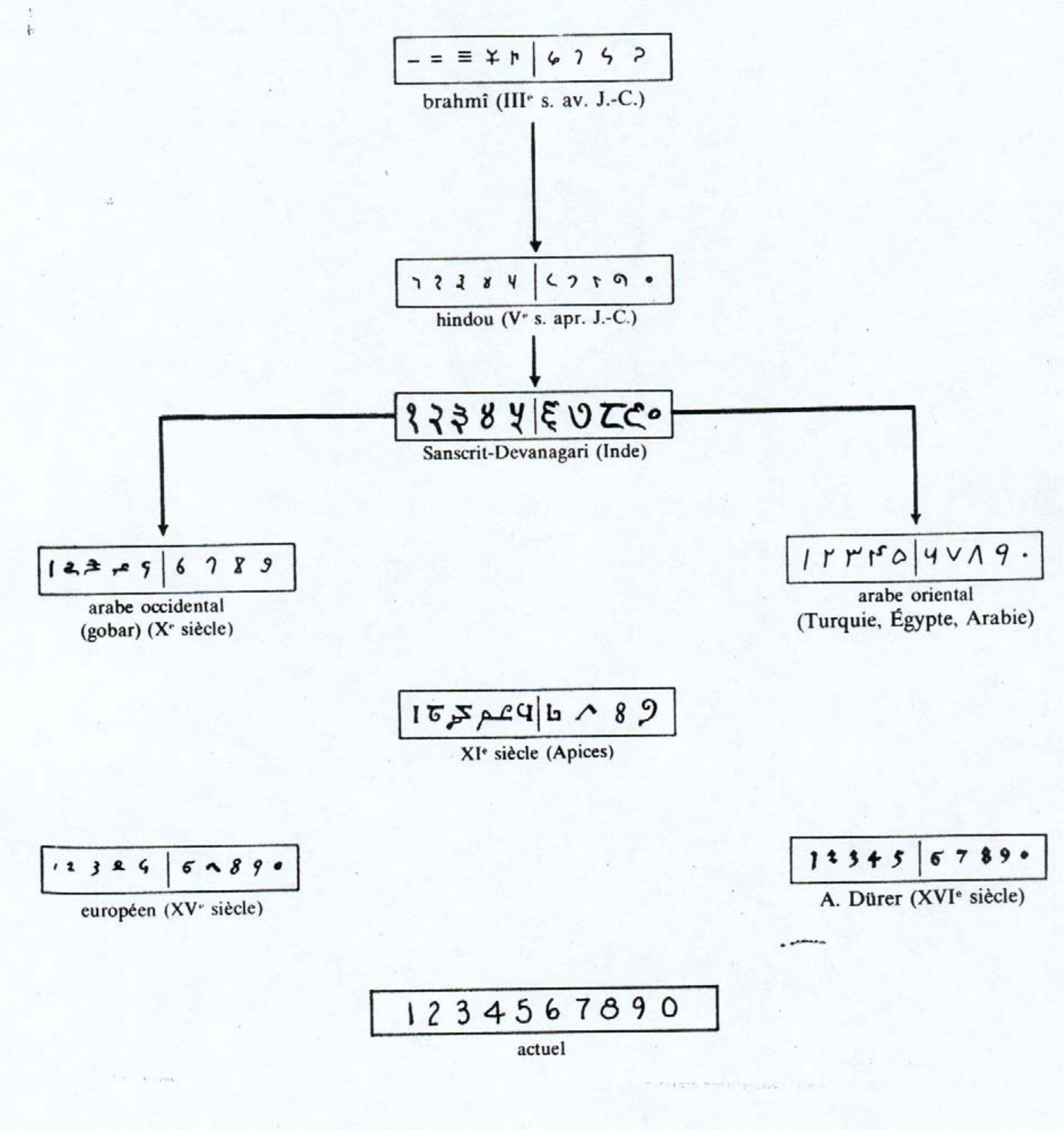
étant ensuite effectuées en diagonale</td><td>×</td><td>6</td><td>5</td><td>3</td><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td>2
4</td><td>5
3</td><td>1
2</td><td>6
5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4
2</td><td>0
2</td><td>2
1</td><td>2
3</td><td>8</td></tr>
<tr><td>5</td><td>0
3</td><td>5
2</td><td>5
1</td><td>0
4</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>6</td><td></td></tr>
</table>

Il utilise la règle des signes et des propriétés opératoires du 0
a-a=0 , a+0= a , a$\times$0 = 0 , $\frac{0}{0}$ n'est rien

Il développe le maniement des radicaux avec des formules comme
$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}$

La règle des signes posera encore des problèmes pendant de longs siècles. Dans son œuvre autobiographique « La vie d'Henri Brulard » Stendhal caricaturera le « moins par moins égal plus » et dira en se moquant de son professeur de mathématiques : « Il n'a pas réussi à me convaincre qu'en multipliant mes dettes je pouvais faire du bénéfice ».

EVOLUTION TYPOGRAPHIQUE DES CHIFFRES



UN TRAIT D'UNION : LES ARABES

L'EXPANSION DE L'ISLAM

Après la chute de l'Empire romain, l'Europe tourne le dos à l'humanisme antique. Mais le patrimoine de la pensée grecque n'est pas perdu pour tous. Il est recueilli et développé en terre d'Islam. Pourquoi les maîtres de cet empire bâti au nom d'une foi conquérante ont-ils favorisé l'épanouissement de la philosophie et de la science grecque, et comment les savoirs développés par les Arabes ont-ils à leur tour pénétré l'Europe pour éclairer les voies de la Renaissance ? .

L'empire Sassanide, dont la capitale était Ctesiphon, s'étendait sur l'Iran, jusqu'aux portes de l'Inde (Khorassan et Transoxiane), sur la Mésopotamie, l'Arménie, vers la mer d'Aral (Khwarism et Bactriane) et le Turkestan.

De la mort du prophète en 632 jusqu'en 751, le territoire s'étend vers l'Est jusqu'en Chine (victoire de Talas en 751) et à l'Ouest jusqu'en France (défaite de Poitiers en 732). De l'Indus au Tage, de la mer d'Aral au Sénégal, ces immenses territoires, qui n'ont en commun qu'une similitude climatique, sont organisés de l'intérieur par des accords respectant les usages locaux. Plutôt que de se fondre dans la population locale, les Arabes s'installent dans les villes.

Les non musulmans doivent admettre la suprématie politique de l'Islam, le caractère purement arabe de l'armée et ne pas faire de prosélytisme. Ces réserves affectent peu la vie courante et pour le reste les indigènes sont protégés par des contrats tacites, ce sont des ***dhimmis***.

Les Omeyyades règnent sur ces territoires depuis leur capitale Damas. Ils se trouvent alors devant un potentiel humain très important quantitativement et qualitativement, avec les civilisations grecque à l'Ouest et indienne à l'Est.

Pour unifier cet immense territoire, en contrôler les sources et les routes commerciales, ils vont s'appuyer sur la langue et sur la religion. Dès la fin du VII siècle, le sultan Abd-ul-Malik décide l'arabisation de l'administration et de la monnaie. L'Arabe, au départ parlé par quelques nomades, va devenir la langue la plus parlée. Il faut préciser à ce propos que par mathématiciens arabes il faut entendre savants ayant écrit en arabe (ce seront aussi bien des Persans, des Juifs, des Berbères) qui seront des savants à large spectre (médecine, astronomie, philosophie, poésie …).

La révolte contre les Omeyyades est le fait d'une collusion surprenante entre les Arabes les plus traditionalistes demandant l'application d'une loi musulmane et les plus révoltés des indigènes réclamant plus d'égalité. C'est sous une forme chiite que l'opposition prend son expression la plus puissante.

L’idée d’un souverain tenant de Dieu des vertus spéciales plaisait à la fois aux traditionalistes et aux Iraniens habitués à la monarchie Sassanide. C’est un descendant d’Abbas, oncle de Mahomet, et un missionnaire au Khorasan, qui vont faire converger ces oppositions pour renverser les Omeyyades en 750 et fonder une dynastie nouvelle. Les Abbassides sous le règne d’Al-Mansour fonderont Bagdad en 762. La construction qui durera 3 ans va mobiliser 4 architectes et plus de 100000 artisans. Avec les Abbassides il y aura une nouvelle organisation du pouvoir fondée sur la multiéthnie.

Les populations contrôlées vont être transformées par le développement de villes importantes : Bagdad, Cordoue, Marrakech, Le Caire …(au IX siècle Bagdad compte 1,5 million d’habitants alors que Rome n’en compte que 30000 et Paris 5000). Pour approvisionner ces villes il faudra développer l’agriculture et le commerce et pour surveiller tout cela mettre en place une administration importante. Ainsi, dans cet empire, beaucoup de gens voyagent : le pèlerin qui se rend à La Mecque, le commerçant en quête de nouveaux marchés, le fonctionnaire chargé de vérifier l’exécution des ordres du calife, le savant toujours avide de savoir ce qu’ont trouvé les autres. L’administration était une juxtaposition de bureaux, les ***dîwâns***, dont le nom, chose curieuse, donnera naissance à 2 mots à priori assez éloignés : douane et divan !

Au premier siècle de leurs conquêtes, les Arabes s’intéressent peu aux choses intellectuelles, mais ils vont s’éveiller à la culture sous l’égide des premiers califes. La traduction, activité importante, a d’abord concerné les institutions et l’administration, puis la philosophie et la religion pour rendre possible les échanges avant de se tourner vers les sciences. On fera appel aux scientifiques pour déterminer avec une très grande précision la direction de La Mecque, qui dans toutes les mosquées doit être indiquée par une niche, le mihrab. Les califes demanderont pour cela aux mathématiciens de déployer des trésors d’ingéniosité, mais on leur demandera aussi de longs calculs pour organiser le calendrier des prières. S’appuyant sur des traductions déjà existantes des ouvrages grecs en syriaque, et sur des arrivées à Bagdad de nombreuses caravanes contenant des ouvrages des contrées conquises, ouvrages écrits en grec, en hébreu, en copte, en araméen, en sanscrit, ils vont poursuivre cet effort, traduisant en arabe les œuvres d’Euclide, Apollonius, Archimède, Ptolémée, Menelaus mais aussi les siddanthas Indiennes.

La jeune langue arabe avait une structure qui se prêtait bien à la formulation de concepts abstraits. C’est à cette époque que furent traduites les œuvres de Brahmagupta sous le nom de sindhind. Hâroun-al-Rachid créa la bibliothèque de Bagdad où un corps de traducteurs travaillait sans relâche, et son fils Al-Ma’moun la « Maison de la Sagesse » (***Beït al Hukma***), véritable centre culturel où tous les mardis se tenaient des débats avec le calife.

Al-Ma’moun va offrir sa protection et son soutien aux savants, mobiliser tous les talents, s’opposant quelquefois aux théologiens traditionalistes. Cela va créer un engouement pour la lecture, favorisé par l’introduction du papier, venu

de Chine ; le livre va devenir le vecteur d'un mouvement intellectuel. Pour l'Islam la raison doit éclairer la révélation. Cette époque va réunir, fait rare dans l'Histoire, trois conditions de développement scientifique : une volonté politique, de nombreux savants et des moyens économiques.
Les autres califes de Cordoue, Nishapur, Samarkand, vont chercher à rivaliser, et, parties de Bagdad, les mathématiques vont s'étendre dans tout le monde musulman. A Cordoue, par exemple, où les Omeyyades et leur sultan Abd-ul-Rahman s'étaient réfugié après la prise du pouvoir par les Abbassides, la bibliothèque comptera jusqu'à 400000 ouvrages.

C'est dans ce contexte, qu'au début du IX siècle, travaille **Muhammad ibn-Mussa-al-Khwarismi** (*fils de Mussa, originaire du Khwarism*). Il déclare : « *Encouragé par Ma'moun, prince des croyants qui m'incita à rendre clair l'obscur et simple le complexe, j'ai composé ce livre **Kitab muhtasar fi hisab al jabr w'al muqabala**, livre concis qui saisit la part subtile et glorieuse du calcul* ».

Al jabr, c'est le raboutage (remettre en place une chose brisée) et al muqabala, c'est la confrontation (mettre deux choses l'une en face de l'autre). C'est la déformation d'al jabr qui deviendra algèbre dont Al-Khwarismi est donc l'un des fondateurs.

L'inconnue, cette chose que je cherche, je l'appelle « La chose » (***shaï*** en arabe, que les transcripteurs espagnols transformeront en ***xay*** dont l'abréviation est x).On lui doit aussi la traduction de çunya par **sifr** (*néant*).

Toutes les équations sont écrites littéralement, sans nombres négatifs, mais en acceptant les fractions (*fractionnes* est une traduction de l'arabe ***kasr*** qui signifie cassé, brisé). Il se spécialise dans les équations du deuxième degré qu'il classe en 6 types : carré = nombre, carré = chose, carré et nombre = chose, carré et chose = nombre, carré = chose et nombre, chose = nombre. Contrairement aux Grecs qui, étant données une longueur et une surface cherchaient une construction géométrique de la solution (règle et compas), il utilisera une illustration géométrique pour justifier une véritable identité algébrique, qui n'est rien d'autre que la forme canonique du trinôme (*voir exemple page suivante*).

Il écrira aussi un ouvrage d'astronomie ***Zig al Sindhind*** contenant des tables de sinus et de tangentes de minute en minute (*sinus vient du sanscrit **jiva**, traduit en arabe par **jaïb** c'est à dire poche puis en latin par sinus qui veut dire sein*).

Ses travaux sur le calcul seront traduits au XII siècle par Adélard de Bath sous le titre ***Liber Ysagogarum Alchorismi*** d'où proviendra le mot algorithme.

Ses successeurs **Ibn Turk, Ibn Qurra, Abu Kamil, Al Karaji, Al Samaw'al** entreprennent l'application de l'algèbre à l'arithmétique, la trigonométrie, la géométrie. C'est ainsi que voient le jour l'algèbre des polynômes, l'analyse numérique et une nouvelle théorie des nombres qui donneront elles-mêmes naissance à l'analyse indéterminée. **Abu Kamil** en

Egypte étudiera les systèmes à plusieurs inconnues et étendra l'algèbre jusqu'aux puissances sixièmes. Un siècle et demi plus tard, **Al Karagi** à Bagdad conçoit le projet d'appliquer l'arithmétique à l'algèbre, c'est-à-dire d'utiliser avec les polynômes les algorithmes de la division et des nombres premiers. Il affirme que l'équation $x^3+y^3=z^3$ n'a pas de solution en nombres entiers. Son successeur, **Al Samaw'al**, au XII siècle, définit les puissances en toute généralité, étudie l'extraction des racines carrées de polynômes. Poursuivant les travaux d'**Al Biruni** il met en place la méthode de **Ruffini-Horner** pour l'extraction des racines n-ièmes d'un entier sexagésimal et entreprend la première théorie des fractions d décimales. Dans le même temps se développe l'analyse combinatoire. Etudiant la linguistique et la lexicographie arabe, **Al Khalil**, puis **Al Kindi** étudient les fréquences des lettres et ont recours aux arrangements et aux combinaisons. C'est en combinant 6 à 6 les 10 inconnues de 6 équations qu'Al **Samaw'al** obtient un système de 210 équations et trouve par les combinaisons 540 conditions de compatibilité. **Al Battani** fait des observations sur l'écliptique, les éclipses, le mouvement des planètes et mesure la circonférence terrestre et au XIV siècle **Al Farisi** établit l'usage du triangle arithmétique comme le fera plus tard **Pascal**.

La maison de la sagesse

Muhammad Ibn Moussa

AL-KHWARISMI

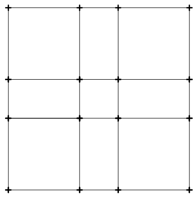
(780 - 850)

Astronome né au Khwarism (Ouzbékistan) sous le règne d'Al-Ma'moun
Il est l'un des premiers à utiliser la numération indienne et ce qui deviendra les chiffres arabes.
Il traduit le ***çunya*** Indien par ***sifr*** (néant) qui deviendra zephirum en latin puis zephiro en italien avant de devenir notre zéro.

On le considère par son traité ***Kitab al muhtasar fi hisab al jabr w'al mouqabala*** *(livre sur le reboutage et l'opposition*) comme le père de l'Algèbre.
Al jabr est l'opération qui consiste à changer un terme de côté (de manière à ne plus avoir que des expressions positives).
Al mouqabala simplifie les termes identiques de part et d'autre du signe égal.

En séparant en 6 cas il résout l'équation du second degré.

Résolution de l'équation $x^2 + ax = b$



A partir du carré central de côté x , on construit 4 rectangles de côtés x et a/4 L'ensemble a une aire égale à $x^2 + ax$ donc à b

En comptant alors en plus les 4 carrés de côtés a/4 on obtient alors

un grand carré d'aire $b + a^2/4$ dont la racine carrée donne

le côté du grand carré soit $x+a/2$ d'où x.

LES DIVISIONS

Dans l'Islam du XI siècle, c'est l'anarchie politique et les divisions religieuses qui dominent. Aux marches occidentales quelques musulmans fanatiques mènent contre les païens noirs une guerre sainte. Ils résident dans des couvents fortifiés, les ***ribâts*** ; leur nom, ***al-mourâbitoun***, se transformera en Almoravides ; ils vont conquérir le Maroc, l'Algérie puis l'Espagne. Mais un mouvement de rejet contre cette dictature intransigeante amène en Andalousie les Almohades (***al-mouwahhidoun***) qui proclament le retour direct aux sources pour briser l'omnipotence des juristes.

C'est de cette époque que datent la forteresse de Rabat, la Koutoubya de Marrakech, l'Alcazar, la Giralda de Séville. Dès 1200 la reconquête chrétienne reprend en Espagne, dont la partie musulmane se réduira bientôt au royaume de Grenade. Les grands esprits musulmans reprennent alors la route vers l'Orient, berceau de leur culture.

A l'Est, les islamistes avaient d'abord recruté des esclaves turcs pour leur armée, mais une migration des royaumes steppiques d'Asie centrale met les Turcs au contact de l'Islam et, au X siècle, de la Volga à l'Altaï, beaucoup se convertissent. Il devient alors impossible d'en faire des esclaves. On autorise des groupes entiers de ces nouveaux musulmans à s'installer. C'est ainsi que naît le royaume Qarakhênide qui unit le Turkestan et la Transoxiane, puis s'étend en Afghanistan et au Khorasan au détriment des Samanides, devenant l'Etat Ghaznévide. Les Ghaznévides vont conquérir la vallée de l'Indus (l'actuel Pakistan) et accueillir les Seldjoukides de la mer d'Aral. Ces chefs de bandes nomades, en particulier Tughrilberg, en arriveront à concevoir une guerre sainte contre les hérésies islamiques et, en 1041, ils écrasent les Ghaznévides. A l'appel des Abbassides ils entrent sans coup férir dans Bagdad (1055). L'Islam allait pouvoir réorganiser le régime Abbasside sous l'égide de l'armée turque. Pour maintenir la discipline dans ces bandes de nomades pillards, leurs chefs leur permettent des razzias antibyzantines. En 1071 la dernière armée byzantine est détruite à Mantzikert, l'empereur est capturé, et l'Asie mineure s'ouvre aux Turcs. L'Etat Seldjoukide n'arrive pas à contrôler tous ses éléments mais demeure une dictature militaire que gèrent des Khorasiens orthodoxes.

L'Occident commit une confusion, peut être volontaire, entre les souffrances des Grecs d'Asie mineure et la condition des Chrétiens de Palestine, et ce sera une des causes des croisades. Car la tolérance traditionnelle de l'Islam ne s'était pas démentie, sauf en Espagne, et continuera, même pendant les croisades.

Les frictions entre Arabes et Turcs, Turcomans et Kurdes, expliquent les succès des croisés en Palestine, des Géorgiens au Nord et la survie du califat Fatimide jusqu'à ce que le Kurde ***Salah-al-Din*** (Saladin) fasse en 1171 la conquête de l'Egypte, et unifie, après deux siècles de schisme, tout l'Islam oriental. Ce sont les Ayyubides, au milieu du XIII siècle, qui pour se défendre à la fois contre les Francs et les Mongols, livreront le pouvoir à des chefs militaires, les mamelouks.

En 1204 Venise et les Francs du Nord s'emparent de Constantinople et y fondent un fragile empire latin, creusant un fossé entre la chevalerie d'Occident et les masses grecques résidentes, ce dont profiteront les Slaves des Balkans puis les Ottomans.

Ibn-al-Haytham (Alhazen), né à Bassorah est surnommé le second Ptolémée. Surtout célèbre par son ouvrage d'optique, ***Opticae thésaurus Alhazeni***, dans lequel il explique pour la première fois que c'est la lumière qui rentre dans l'œil et non l'inverse, il travaille aussi en astronomie. Il étudie le modèle que **Ptolémée** avait exposé dans l'***Almageste*** : les planètes tournent d'un mouvement circulaire uniforme autour de la terre ; les exceptions s'expliquent par des cercles non centrés sur la terre, les excentriques, et d'autres de centre mobile, les épicycles. Mettant en place des observations en continu, Al-Haytham puis ses successeurs, **Al-Biruni** et plus tard **Al-Tusi** détectent de plus en plus d'anomalies et, malgré des trésors d'ingéniosité mathématiques, comme la mise en place de mouvements cycloïdiques (astroïdes), ils finissent par penser que ce modèle n'est pas correct. C'est le prélude d'une révolution que fera **Copernic** en 1543 en plaçant le soleil au centre de l'univers, sans pour autant abandonner les mouvements circulaires, ce qui sera fait par **Kepler**.

Omar al-Khayyâm naît en 1048 dans un village perse du Khorasan. Il étudie à la medersa de Nishapur et l'on dit de lui qu'il a établi autant de théorèmes que composé de quatrains (**les rubaiyats**). Il est à l'origine de la notion de polynôme dont il étudie les opérations (addition, multiplication et division), poursuit l'œuvre d'Al-Khwarismi en classant les équations du troisième degré en 14 types et en étudiant géométriquement certaines de ces équations en utilisant le choix d'une longueur unité, (résultats qu'on attribue généralement à **Descartes**), mais en restant fidèle à l'homogénéité. Il tente de démontrer le postulat d'Euclide sur les parallèles.
Dès son arrivée au pouvoir en Iran, le régime islamique des ayatollahs interdira les œuvres d'Al-Khayyâm, et ce n'est qu'en 2000 que cette interdiction sera partiellement levée.

Omar **AL-KHAYYAM** (1048 – 1123)

Ce "*fils de celui qui vend des tentes*" est surtout connu pour ses poèmes (***les rubaiyats*** *)*

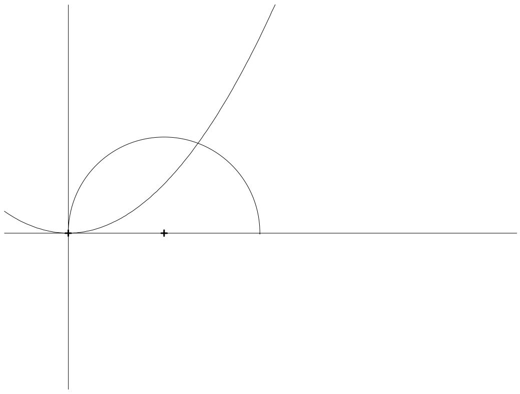
L'arbre de la tristesse, ne le plante pas dans ton cœur,
Relis chaque matin le livre de la joie
Tu peux boire du vin et servir tes penchants
Notre temps, notre vie, le ciel nous les mesure.

ou encore

Je ne me suis jamais privé de donner mon temps aux sciences
Par la science j'ai dénoué les quelques nœuds d'obscurs secrets
Après soixante douze années de réflexion sans jour de trêve
Mon ignorance je la sais.

Mais il fut aussi astronome et se vit confier la réforme du calendrier et la construction de l'observatoire d'Ispahan.
De ses 14 livres 2 seulement nous sont parvenus : dans le premier il traite de la géométrie d'Euclide, étudie ses postulats, et tente de démontrer le V (*celui des parallèles*), travaux qui seront poursuivis par **Nasir al-Din-al-Tusi** puis repris par **Saccheri** et conduiront aux géométries non-euclidiennes.
Dans le second il classe les équations cubiques en 14 cas et entreprend une résolution par intersection de coniques.

Par exemple, pour résoudre $x^3+ax=b$
il commence par homogénéiser en écrivant
$x^3 + p^2 x = p^2 q$ qu'il résout par intersection du cercle $x^2 + y^2 = qx$ avec la parabole $x^2 = py$



LA LEGENDE D’ALAMUT ET DES ASSASSINS

La légende dit que pendant ses études à Nishapur Omar se lia d'amitié avec Abd-ul-Qassem et Hassan Sabbah avec lesquels il passa de folles soirées. Ils firent un pacte : le premier qui atteindrait la gloire aiderait les deux autres. Kassem devint vizir sous le nom de Nizam al Mulk et proposa à Omar un poste à la cour que celui-ci refusa. Alors il lui octroya une rente et lui fit construire un observatoire à Ispahan. Hassan, lui, accepta le poste à la cour et se mit à comploter contre le vizir (ce fut le premier Iznogoud !).

Le complot fut découvert et Hassan fut condamné à mort. Omar insista pour qu'on lui laisse la vie sauve et obtint la transformation de la sentence en bannissement. Hassan se réfugia au sud de la Caspienne dans la forteresse d'Alamut qu'il prit par ruse : il proposa 5000 pièces d'or en échange du terrain qu'il pourrait délimiter avec une peau de bœuf. Croyant avoir affaire à un fou le commandant de la forteresse accepta, mais Hassan ayant découpé la peau en fines lanières réussit à faire le tour de la muraille : la forteresse était à lui !
Il fit alors venir des jeunes gens sélectionnés pour leurs qualités de combattants. Il les droguait et leur faisait passer une nuit de délices. A leur réveil il leur expliquait qu'ils avaient connu le paradis et qu'ils y retourneraient s'ils mouraient au combat.

Hassan devint ainsi le grand maître des Ismaéliens, (pour qui la liste des imams s’arrête au septième : Ismaïl), celui que les croisés appelaient "le vieux dans la montagne", et déclara une guerre sans merci pour éliminer les dirigeants du pays et en premier Nizam al Mulk qu'il fit assassiner. Ces combattants, drogués par le haschich, furent surnommés les ***hashshâshîn*** d'où vient le nom d'assassins. (L'Ismaélisme était né au VII siècle et après la mort de Hassan redevint pacifique. Son nom vient de Yishma-el, « Dieu entend », et c'était le nom du fils d'Abraham).

Hassan admirait Omar et il lui demanda souvent de venir à Alamut où il avait constitué une extraordinaire bibliothèque. Omar refusa, mais il accepta par contre de participer à l'élaboration d'un nouveau calendrier.

LE DECLIN

Gengis Khan naît sous la tente familiale en 1167. Prénommé Tämundjin par son père, qui meurt empoisonné par les Tatars en 1176, il trouve refuge chez le Khan des Keraits dont il devient le vassal. Mais son esprit précoce et pratique lui permet de rétablir les affaires familiales jusqu'à obtenir le titre de Khan : ***Tchinggiz Khan*** déformé en Gengis Khan. Il sort vainqueur des Tatars en 1202 et combat aussi de nombreux groupes moins importants avant de se retourner contre les Keraits qui se soumettent, puis de battre les Kirghizes en 1207. Toute la Mongolie est alors unifiée derrière lui. Il organise l'état et l'armée avant d'entamer une lutte de 25 ans contre les Kins de Chine du Nord. Il lance ses troupes également vers l'Ouest, annexant en 1220 le Khwarism, la Transoxiane, l'Afghanistan et la plus grande partie de l'Iran, ravageant les régions proches de la Caspienne (Géorgie et Azerbaïdjan) allant jusqu'à battre en 1222 le prince de Kiev. Il meurt en 1227 et c'est son troisième fils Ogödaï qui lui succède et agrandit le royaume vers le nord-est jusqu'en Corée et vers l'ouest jusqu'en Croatie. A la chute des Song en 1279, c'est un mongol, ***Qubilaï*** , qui monte sur le trône de Chine en fondant la dynastie ***Yuan***. (C'est à la cour de Qubilaï que se rendra Marco Polo). Son frère Hulagu gouverne la Perse. La civilisation arabe se réfugie en Egypte où les mamelouks imposent la dictature de l'armée. Ils vivent du commerce jusqu'à ce que les Portugais établissent une liaison directe avec l'Inde et l'Extrême Orient, portant un coup mortel à l'économie arabe.

Nasir al-Din-al-Tusi (né en 1201 à Tus en Iran) étudia à Nishapur, comme Omar al-Khayyâm dont il poursuivit l'œuvre. Avec son frère Sharaf et Abu **al Wafa** ils se spécialisèrent en trigonométrie. Nasir rêvait d'avoir un observatoire et il se retrouva à Alamut. Mais après la mort de Gengis Khan l'empire mongol fut partagé entre ses descendants. Son petit-fils Hulagu reçut ce coin du monde (Khwarism, mer d'Aral, Khorasan, Kurdistan, Iran et Irak). La résistance s'organisa à Bagdad et à Alamut. En 1256 les Mongols font le siège d'Alamut. Nasir al Din réussit à convaincre le grand maître des Ismaéliens de se rendre. La forteresse fut détruite mais Hulagu permit à Nasir d'emporter "une brouette de livres", les autres étant brûlés. Hulagu poursuivit sa conquête et prit Bagdad où il y eut 100000 morts, mais il fit construire pour Nasir un observatoire encore plus puissant à Maragha où celui-ci se réfugia avec sa brouette et se remit à travailler.

Vainqueurs des Seldjoukides à Roum, les Mongols ne détruisent pas leur gouvernement et se contentent de leur imposer une vassalité. Ce protectorat accentuera l'iranisation de la culture en Asie mineure.

Ce sont des querelles intestines qui feront disparaître sans bruit la monarchie Seldjoukide au XIV siècle. La population ployait sous l'exploitation brutale de l'aristocratie. C'est à ce moment que sort de l'anonymat un mongol

turquifié : Timour le boiteux (Tamerlan), brute sanguinaire, inculte mais grand capitaine, qui regroupe autour de lui une armée fanatisée et sème la dévastation de la Russie centrale à l'Inde du Nord, de la Chine à la Syrie. Sentant qu'il ne fonderait pas d'empire durable sans une base urbaine et sans que les lettres et les arts ne célèbrent sa gloire, il établit sa capitale à Samarkand et la fait prospérer, mais il meurt en 1405.
Mis à part cet interlude, la poussée des Ottomans fut méthodique et régulière. Personne ne pouvait prévoir la gloire future de ce petit groupe commandé par Othman et qui s'établit près de la mer de Marmara. Les principautés les plus proches et les plus faibles se laissent lentement absorber. La garde des janissaires n'explique pas les succès à elle seule. C'est une cohésion morale entretenue par les docteurs, surtout les derviches, prônant une coopération entre militaires et religieux qui sera le principal atout. Les conquérants s'empressent de construire mosquées, madrasas, bazars et caravansérails, où ils accueillent indifféremment sunnites et chiites, chrétiens et païens. La concorde intérieure du peuple ottoman tranche au XIV siècle avec la discorde des pays voisins et la domination n'est pas imposée par une dictature intolérante : ce sont des Turcs qui aident les Ottomans à conquérir les Balkans et des Balkaniques qui les aident à conquérir la Turquie !

Al-Samaw'al poursuivit l'arithmétisation de l'algèbre, utilisa des quantités négatives et développa le raisonnement par récurrence.
La science arabe continuera au XIV siècle à Grenade, en Afrique du Nord, en Egypte et à Samarkand.

Au XV siècle **Al-Kashi**, à la cour d'Ulug Beg à Samarkand, fait la synthèse de sept siècles de science arabe et relie l'algèbre et la théorie des nombres. Il met en place l'analyse combinatoire et développe la résolution des équations par radicaux. Son exil à Constantinople à la mort d'Ulug Beg fera connaître son œuvre chez les Turcs.

CONCLUSION

Les mathématiciens arabes auront fait une synthèse des Grecs et des Orientaux, ils auront débarrassé les nombres de leur support géométrique et manipulé des structures, alors que les Grecs manipulaient des objets.

Ils auront essayé de combler les lacunes des fondements : postulat d'Euclide, nombres réels ; ils auront développé l'algèbre, les polynômes et la trigonométrie. Mais dès le début ils se sont heurté à des obstacles tant internes qu'externes. Parmi les obstacles internes : le respect des travaux grecs, dont ils n'ont pas voulu résoudre certains problèmes pour lesquels ils avaient des connaissances suffisantes, et leurs problèmes religieux, comme leur refus d'aborder la théorie des jeux. En 1111 Al-Ghazali, un grand théologien, dira dans ***Incohérence de la philosophie*** que les mathématiques ne sont pas dangereuses pour la religion, mais que les mécanismes qu'elles utilisent sont les mêmes que ceux de la philosophie, et que ces mécanismes peuvent être dangereux. Averroès lui répondra dans ***Incohérence de l'incohérence.*** Toujours est-il qu'au moment où l'Occident se met à traduire les ouvrages arabes les musulmans cessent leur propre effort de traduction qui avait été un des moteurs de leur croissance, et se sclérosent en se refermant sur le seul savoir religieux.

Parmi les obstacles externes : la prise du pouvoir par les Turcs Seldjoukides en 1055, les croisades, les troubles en Espagne avec la chute de Tolède en 1085 puis celles de Saragosse et de Cordoue, les invasions mongoles. Les croisades ont donné le signal de l'essor de l'Occident et du déclin du Monde arabe qui avait déjà perdu le contrôle de sa destinée. Les dirigeants étaient presque tous des étrangers, Nourredine était turc, Saladin était kurde…De plus les Arabes ont été dans l'incapacité de bâtir des institutions stables, chaque monarchie étant menacée par la mort du monarque, ce qui arrivait souvent ! Les Arabes se sont fermés aux influences occidentales, cessant leur travail de traduction. Si les croisades ont apporté en Occident de nombreuses notions (une quantité de mots arabes en font foi) et des connaissances techniques (papier, cuir, textile) la réciproque n'a pas été vraie. La langue arabe qui avait été le véhicule d'une pensée et d'une culture va disparaître d'Europe, se voir remplacée au Moyen-Orient par le persan et le turc et se réduire peu à peu à une langue régionale en Egypte

Il est ainsi curieux de remarquer l'analogie entre le déclin de l'empire scientifique grec et celui de l'empire scientifique arabe.

Outre algèbre, fraction, chiffre, divan ou assassin déjà cités, l'arabe a fourni de nombreux mots à la langue française. Citons pour les scientifiques : hasard (az-zahr / jeu de dés), zénith et azimut samt / chemin), alcool (al-kuhl), alcali (al-qily), soude (souwadd), mais aussi de nombreux noms de végétaux : abricot (al-barquq), épinard (isbinah), estragon (tarhun), aubergine (al-badindjan), orange (narandj), safran (za-fran), des noms de lieu : gaze (de Gaza), mousseline (de Mossoul), moka (de Muha) et une liste non exhaustive :algarade (al-garah), alcôve (al-qubbah), amalgame, ambre, amiral, carafe, carmin, ouate, drogue, limonade, maroquin, matelas, sorbet, sofa, tasse, sucre, talc……..et bien d'autres !

LE RENOUVEAU EN OCCIDENT

A partir du X siècle, le courant qui avait fait partir les textes grecs chez les Arabes va commencer à s'inverser. Par Byzance, la Sicile et surtout l'Espagne, ce sont maintenant les textes arabes et par-là même les textes grecs traduits en arabe comme les œuvres d'Euclide qui vont revenir en occident et être traduits en latin.

LES PRECURSEURS

L'un des premiers, **Gerbert**, lors d'un voyage en Espagne, découvre les chiffres arabes et, à son retour en France, essaie de convaincre ses contemporains de la supériorité de leur utilisation. S'ouvre alors une querelle entre les *algoristes*, partisans du nouveau système de calcul et les *abacistes* qui défendent l'utilisation de l'abaque (table à jetons). Ressemblant à un échiquier, ces abaques resteront longtemps encore en usage et donneront leur nom au ministre anglais des finances. Il faut dire que l'église voit d'un mauvais œil une démocratisation du calcul qui entraînerait la perte de son quasi-monopole d'enseignement. De cette époque, sans doute, date le sens d'écriture secrète que l'on donne quelquefois au mot «chiffre» (en particulier dans les services secrets).

Au XII siècle, en particulier à Tolède, la traduction d'œuvres arabes va être florissante, avec **Adelard de Bath** et **Gérard de Crémone** entre autres. Ainsi sont traduites en latin les versions arabes d'Aristote, Euclide, Apollonius, Archimède, mais aussi les écrits d'Al-Khwarismi, Al-Kindi, Alhazen. (Adelard de Bath ira même jusqu'à traduire 15 livres d'Euclide alors que celui ci n'en a écrit que 13).

Avec la prise de Constantinople par les Turcs en 1453, l'émigration vers l'Italie de réfugiés byzantins, de traducteurs, et d'un grand nombre de manuscrits, va accélérer ce processus.

Affaiblie par les guerres, (guerre de cent ans, guerre des deux roses …), l'Europe reprend peu à peu une vie scientifique grâce à ses universités. On trouve à cette époque quelques idées originales comme cette ***Regula asinus*** (la règle des ânes) qui permet d'effectuer des multiplications en ne connaissant les tables que jusque 5 : *si a et b sont supérieurs à 5 on prend leurs compléments à 10, c et d, le produit cd donne les unités et la différence d-a (ou c-b) les dizaines ; par exemple pour 7 fois 8, 3 fois 2 unités et 8-3 dizaines donnent 56. Cette règle est valable dans n'importe quelle base de numération*.

Léonardo Bigollo (*le paresseux*) fut le grand mathématicien du Moyen âge occidental. Né à Pise ce qui explique qu'on l'appelle aussi **Léonard de Pise**, il suivit son père, un nommé Bonaccio, consul à Bougie en Algérie et se fit appeler *filius Bonacci* qu'il transformera en **Fibonacci,** ce qui reste son nom le plus connu. S'intéressant aux mathématiques, il apprit l'arabe lors de ses voyages chez les musulmans, ce qui était à l'époque un formidable atout, et comprit très vite les avantages du système de numération indo-arabe.

Son premier livre : ***Liber Abaci*** (*le livre des abaques*) eut un grand retentissement en Europe. Il y expose la numération de position et l'utilisation du zéro, la décomposition en facteurs premiers, les critères de divisibilité , et, ce qui le rendra célèbre pour la postérité, un fameux problème de lapins !! dans lequel il introduit la suite qui depuis porte son nom.

Dans ***Practicae géométriae*** (1220) il donne une compilation de la géométrie et de la trigonométrie de l'époque.

Dans ***Liber quadratorum*** (1225) il étudie les puissances et les racines, approchant une racine cubique avec une précision de 9 décimales, et s'intéresse aussi aux triplets pythagoriciens.

Pour ses réponses à certains problèmes algébriques, il parle de « *fleurs de solutions parce que, bien qu'épineuses, ces questions sont exposées de manière fleurie, et, de même que les plantes ayant leurs racines en terre surgissent et montrent des fleurs, ainsi on déduit de ces questions une foule d'autres* ».

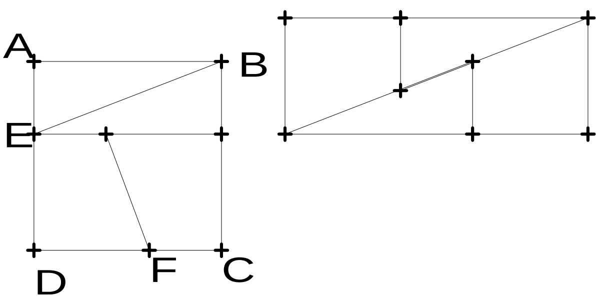
Leonardo Bigollo
FIBONACCI
(1170 - 1250)

Par ses nombreux voyages en pays musulmans, Fibonacci prit connaissance des travaux scientifiques des Arabes. Dans ***Liber Abaci*** il fait l'éloge de leur système de numération. Dans ***Liber Quadratorum*** il étudie les triplets pythagoriciens**:** *Choisissez un nombre impair, puis calculez la somme de tous les impairs inférieurs au carré de ce nombre, cela vous donne un autre carré qui ajouté au premier sera le troisième carré.*
Par exemple avec x =7, 1+3+5+….47=576 = 24^2 *et* $7^2+24^2=25^2$
Prenez de même un nombre pair, son carré est la somme de deux nombres impairs consécutifs, et la somme de tous les nombres impairs inférieurs à ces deux nombres est un carré qui ajouté au premier carré donne encore un carré.
Par exemple avec x=8, 64=31+33, 1+3+……29=225=15^2 *et* $8^2+15^2=17^2$

Mais c'est l'étude de l'évolution d'une population de lapins qui le rendra célèbre. Il introduit pour cette étude la suite qui porte son nom :

$u_0=u_1=1, u_{n+2}=u_{n+1}+u_n$ qui donne $\dfrac{(1+\sqrt{5})^{n+1}-(1-\sqrt{5})^{n+1}}{2^{n+1}\sqrt{5}}$ pour valeur de l'entier u_n

On montre alors que le rapport de 2 termes consécutifs tend vers le nombre d'or $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ ainsi que la relation $(u_n)^2-u_{n+1}u_{n-1}=(-1)^n$ qui indique que 2 termes consécutifs sont toujours premiers entre eux. De cette relation **Lewis Carroll** donnera une utilisation amusante en imaginant un puzzle diabolique où un carré se transforme en un rectangle qui n'a pas la même aire.



Si AB=13, AE=FC=5
le carré a pour aire 169 alors que le rectangle formé avec les mêmes morceaux a pour aire 168

on obtient le même phénomène avec AE=FC=u_n et AB=u_{n+2}

L’Arithmétique symbolisée par une femme debout semble trancher le débat opposant abacistes et algoristes. Elle regarde dans la direction du calculateur utilisant des chiffres arabes et se désintéresse du calculateur sur abaque

(Gravure sur bois ornant la Margarita Philosophica de Gregorius Reich ; Freiburg 1503)

L'EQUATION CUBIQUE

Au début du XVI siècle c'est à Bologne que se trouve le centre le plus actif de recherches mathématiques. Ces recherches portent sur la résolution des équations du troisième degré sur lesquelles s'étaient déjà penchés Diophante, Al-Khayyâm et Al-Din-al-Tusi, en vain. Le premier à ouvrir une brèche est **Scipione del Ferro**, professeur à Bologne qui parvient à trouver des solutions dans quelques cas. Il communique ses découvertes à son gendre Annibal de la Nave, qui ne put s'empêcher d'en parler à un de ses amis : **Anton Maria del Fiore**. A la mort de del Ferro, del Fiore se mit, en son nom, à lancer des défis aux mathématiciens du monde entier (ce qui ne dépassera pas le Nord de l'Italie !). C'est **Tartaglia** qui va relever le défi. Chacun des deux mathématiciens dépose une liste de 30 problèmes chez un homme de loi et a 40 jours pour tenter de résoudre les problèmes posés par son concurrent. A la fin du délai, Tartaglia avait résolu tous les problèmes de Del Fiore, alors que celui-ci n'en avait résolu aucun. Voici un exemple des problèmes posés par del Fiore : « *Un juif prête un capital à la condition qu'à la fin de l'année on lui paye pour intérêt la racine cubique du capital. A la fin de l'année, le juif a reçu 800 ducats, capital et intérêt. Quel était ce capital* ? » Pendant ce temps Tartaglia proposait : « *Un tonneau est rempli de vin pur ; on en retire chaque jour deux seaux que l'on remplace par deux seaux d'eau. Au bout de six jours, il y a moitié de vin et moitié d'eau. Quelle est la contenance du tonneau ? ».*

Qui était donc **Tartaglia** ?

Né à Brescia dans une famille modeste, Nicolo Tartaglia vécut un drame à l'age de 12 ans. Nous sommes le 19 février 1512 : les soldats français conduits par Gaston de Foix entrent dans Brescia, c'est le massacre ! Nicolo, avec beaucoup d'habitants, s'est réfugié dans l'église. Les soldats y pénètrent à cheval, et, à coups d'épée, étripent hommes femmes et enfants. Nicolo reçoit un coup de sabre qui lui fracture la mâchoire, mais miraculeusement il survivra. Gaston de Foix, lui, mourra 15 jours plus tard. La mère de Nicolo étant trop pauvre pour lui donner des soins (son père est mort quand il avait 6 ans), il restera défiguré et bégayant, ce qui lui vaudra son surnom de Tartaglia (le bègue) que lui donneront ses camarades en 1515 au moment où les Français remportent une grande victoire près du petit village de Melegnono (Marignan !).

Son père avait engagé un précepteur, mais il ne put le payer très longtemps et Nicolo n'apprit l'alphabet que de A à I. Autodidacte par la force des choses, il réussit cependant à acquérir une solide formation scientifique. Il publia un ouvrage de récréations mathématiques (genre peu répandu à l'époque et qui sera ensuite largement repris par exemple par **Bachet de Mezirac** avec ses ***« Problèmes plaisants et délectables »***). C'est dans cet ouvrage qu'on trouve le célèbre problème : « *Un vaisseau sur lequel se trouvent 15 chrétiens et 15 turcs est pris dans une tempête. Le capitaine ordonne de jeter par-dessus bord* *la moitié des passagers en procédant de la manière suivante : les passagers seront disposés en rond et à partir d'un point déterminé, on jettera à la mer chaque neuvième personne. Comment disposer les trente hommes pour que les 15 chrétiens soient épargnés ? »*. Ce petit problème repris par Bachet est un exemple d'utilisation de l'algèbre des Arabes pour sauver les chrétiens !

On dit de lui qu'il était sans scrupule et qu'il s'est approprié facilement le bien scientifique d'autrui. Mais c'était un mathématicien talentueux dont l'éclectisme a rendu un service considérable à la renaissance des idées scientifiques. Il permit par exemple de remettre en circulation les méthodes des mécaniciens grecs (**Archimède, Héron**) ou du XIII siècle (**Fibonacci**) dans un traité de ***La Division des Figures***.

Après son éclatante victoire sur Del Fiore, on s'attendait à ce qu'il publiât la méthode qui lui avait permis de résoudre les problèmes du troisième degré, mais il ne le fit pas, préférant attendre de pouvoir publier un ouvrage complet sur la question.

C'est alors qu'intervint un autre personnage clé de cette aventure : Girolamo Cardano qu'en France on appelle **Jérôme Cardan**, dont le nom reste associé aux suspensions à rotules utilisées pour les voitures.

Né à Pavie en 1501, **Cardan**, a eu une histoire aussi extravagante que celle de Tartaglia. A un mois il attrape la variole, à trois ans la dysenterie, à 9 ans il tombe dans un escalier et s'ouvre le front, puis il reçoit une pierre tombée du toit sur la tête, à 18 ans il a la peste et se découvre impuissant ! Voilà un bon début dans la vie !

Néanmoins à 20 ans il enseigne Euclide, et, comme son père, devient médecin et surtout astrologue, tirant des horoscopes comme l'avait fait Al-Khayyâm avant lui. C'est ainsi qu'il prédit longue vie à Edouard VI d'Angleterre ; malheureusement celui-ci meurt quelques mois plus tard ! Il a beau invoquer une erreur de calcul, il est accablé de railleries. Son deuxième fils Aldo le dénonce à l'inquisition qui lui ordonne d'abjurer les erreurs contenues dans ses ouvrages et le fait radier de l'université. De quelles erreurs s'agissait-il ? Il avait fait l'horoscope de Jésus !! C'est à ce moment qu'il a connaissance de la réussite de Tartaglia. Il essaye alors par tous les moyens, ruses, prières, menaces, de lui soutirer ses formules. Puis il change d'attitude et essaye de devenir l'ami de Tartaglia, et, peu à peu y réussit. Tartaglia commence à lui exposer quelques-uns de ses problèmes. En 1537 Tartaglia publie ***Nova Scientia***, mais dans ce traité aucune trace des équations, c'est un exposé sur les explosifs et la trajectoire des boulets de canon ! Cardan insiste et promet : si vous m'enseignez vos inventions, non seulement je ne les publierai pas, mais je les coderai pour que personne ne les comprenne. Est-ce la qualité de médecin de Cardan ? Toujours est-il qu'en 1539 Tartaglia cède. Cardan se dépêche de s'approprier la méthode et la publie dans son ouvrage ***Ars Magna***.
Tartaglia a beau accuser Cardan de plagiat, celui-ci réplique que Tartaglia n'a fait que plagier lui-même Del Ferro. Onze années après la parution de la formule

de Cardan, Tartaglia commence la publication d'un grand ouvrage en 6 parties : ***General Trattato di numeri et misure***. Les 4 premières parties paraissent en 1556, la cinquième est en impression quand Tartaglia meurt. On ne retrouvera jamais de trace de la sixième, celle qui justement traitait des équations ! Peut-être que si Cardan n'avait pas publié la formule contre le gré de Tartaglia, elle aurait disparu avec lui !

Ludovico Ferrari, avait 15 ans quand il fut employé par Cardan comme commissionnaire. Cardan l'autorisa à suivre ses cours, ce qu'il fit si bien que c'est lui qui, dépassant son maître, découvrit la méthode de résolution des équations du quatrième degré

Enfin l'œuvre des savants italiens sera couronnée par ***l'Algèbre*** de **Rafael Bombelli** publiée en 1572, quelques années avant la mort de Cardan. C'est dans ce traité que, voulant illustrer la méthode de Cardan avec l'exemple de l'équation $x^3 = 15x + 4$, il obtient la solution (correcte) $x=4$ à partir de $x=\sqrt[3]{2+\sqrt{-121}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{-121}}$ .On dit quelquefois que dans son exposé sans symboles il a confondu un *piu di meno* avec un *meno di piu* ! Toujours est-il que c'est la première apparition de racines carrées de nombres négatifs, prélude aux imaginaires des nombres complexes.

La règle des signes selon Bombelli :

Comptine

Più via più di meno fa più di meno,	$+1\times\sqrt{-1}=\sqrt{-1}$
Meno via più di meno fa meno di meno,	$+1\times\sqrt{-1}=\sqrt{-1}$
Più via meno di meno fa meno di meno,	$-1\times\sqrt{-1}=-\sqrt{-1}$
Meno via meno di meno fa più di meno,	$+1\times-\sqrt{-1}=-\sqrt{-1}$
Più di meno via più di meno fa meno,	$-1\times-\sqrt{-1}=\sqrt{-1}$
Più di meno via meno di meno fa più,	$\sqrt{-1}\times\sqrt{-1}=-1$
Meno di meno via più di meno fa più,	$\sqrt{-1}\times-\sqrt{-1}=1$
Meno di meno via meno di meno fa meno.	$-\sqrt{-1}\times\sqrt{-1}=1$
	$-\sqrt{-1}\times-\sqrt{-1}=-1$

Nicolo
TARTAGLIA
(1500-1557)

Jerome
CARDAN
(1501-1576)

La Résolution de l'équation du troisième degré

TEXTE ORIGINAL	TRADUCTION APPROXIMATIVE
Quando che'l cubo con le cose appresso	Lorsque le cube et les choses à côté
Se agguaglia a qualche numero discreto	S'égalent à quelque nombre discret ,
Trovati dui altri differenti in esso	Trouves-en deux, espacés du connu,
Dapoi terrai, questo per consueto,	Et fais en sorte, suivant l'us,
Che'l loro produtto, sempre sia eguale	Que leur produit toujours égale
Al terzo cubo delle cose netto;	Le tiers cubé des choses, net.
El residuo poi suo generale,	Et le résidu général,
Delli lor lati cubi, ben sottratti	Des côtés cubés bien soustraits
Varrà la tua cosa principale.	Te donnera ta chose principale

Avec les notations actuelles cela signifie :
Pour résoudre l'équation $x^3 + ax = b$ (a et b sont positifs) on cherchera 2 nombres u et v tels que $u - v = b$ et $uv = (\frac{a}{3})^3$
(cette recherche de 2 nombres connaissant leur différence et leur produit est classiquement la résolution d'une équation du deuxième degré).
La solution cherchée est donnée par : $x=\sqrt[3]{u}-\sqrt[3]{v}$.

LES SYMBOLES

Les Arabes ayant réussi à conserver le patrimoine des scientifiques grecs, à l'améliorer par leurs propres découvertes et à l'enrichir d'apports chinois et indiens, tout était alors réuni pour qu'au retour en Occident de cette masse importante de connaissances, s'ouvre une période extrêmement féconde pour les sciences en général et les mathématiques en particulier. La plupart des domaines avaient été défrichés ; si les Grecs demeurent la référence en géométrie et en arithmétique, les Arabes le sont en ce qui concerne l'algèbre, la trigonométrie et l'analyse combinatoire sont plus partagées.

Pour que les XVII et XVIII siècles nous apportent les nombres complexes avec **Euler** et **Gauss**, l'analyse infinitésimale de **Newton** et le calcul intégral de **Leibnitz**, il ne manquait qu'une chose : les notations symboliques.
On est surpris de voir que pendant très longtemps les mathématiciens s'en sont passé, écrivant en toutes lettres, ou à la rigueur avec quelques abréviations personnelles. Ce sera le grand changement du XVII siècle. Des abréviations progressivement reconnues par tous vont voir le jour en grand nombre et l'écriture actuelle remplacera les poèmes de Cardan ou d'Aryabatha par des formules qui résument en une ligne une page de texte.

Deux noms, parmi tant d'autres, sont souvent associés à cette mutation : **Chuquet** et **Viete.**

Nicolas **Chuquet** (1445-1500) est né à Paris ; il fut bachelier en médecine et vécut à Lyon. Son manuscrit ***Triparty en la science des nombres*** est écrit à Lyon en 1484. Il résume les connaissances de l'époque, mais, innovation importante, introduit une notation d'*exposant* et un germe de logarithme qui 130 ans plus tard fera la gloire de John **Neper**. C'est lui aussi qui crée pour les fractions la terminologie de *nominateur et dénominateur*. Certes sa notation est rudimentaire et pour $\sqrt{4x^2+6x+1}=100$ il écrit $\mathrm{R}_2 4_2\, \overline{p}\, 6_1\, \overline{p}\, 1$ égaux 100. On dit qu'il s'est abstenu de manger pour mourir le jour qu'il avait prédit, mais l'histoire de son manuscrit vaut à elle seule une légende. A sa mort ce manuscrit fut en possession de maître Etienne de la Roche puis il fut acheté par un gentilhomme italien qui le céda à la bibliothèque du roi (aujourd'hui bibliothèque nationale). Fréquemment cité par les mathématiciens, en particulier par **Chasles**, considéré comme une avancée majeure de l'algèbre, ce manuscrit, écrit par un précurseur génial, n'a jamais été imprimé à ce jour !

Les nombres décimaux furent remarqués au XII siècle par Jean de Séville, mais c'est en 1535 que le Belge Simon **Stevin** en généralise véritablement l'usage. Après quelques balbutiements, la notation de Stevin du type 3(0)1(1)4(2) en 1482 se transforme en $\overline{3}\,14$ chez **Burgi** avant de prendre la forme définitive 3,14 avec **Snellius** au XVII siècle.

François **Viete** (1540-1603), dans ***Artem analyticam isagoge*** en 1591, oppose la ***logistica spéciosa*** (algèbre) à la ***logistica numérosa*** (arithmétique). Reprenant une idée de Francisco de **Messina** (XVI siècle), il généralise l'utilisation de lettres majuscules, voyelles pour les inconnues et consonnes pour les données, la notation actuelle ne devenant vraiment utilisée qu'avec **Descartes**. Mais il a déjà l'idée de relation entre coefficients et racines que développeront **Harriot** et **Girard**. Pendant la guerre que mènera Henri IV contre la Ligue, il déchiffrera les messages envoyés aux rebelles par les Espagnols. Philippe II, roi d'Espagne, y verra une pratique de magie contraire à la foi chrétienne et Viete fut dénoncé à l'inquisition et faillit être traduit comme sorcier devant le Saint Office.

Il faudra plus d'un siècle pour que ces notations se stabilisent et ce n'est qu'au XVIII siècle que l'on voit apparaître des ouvrages de mathématiques avec des notations qui ressemblent à celles que nous avons l'habitude de voir aujourd'hui. L'efficacité accrue sera sans aucun doute un facteur d'accroissement de la rapidité, même si avec la disparition des formules d'**Aryabatha**, d'**Al-Khayyam** ou de **Cardan** les mathématiques ont certainement perdu un peu de leur poésie.

LES SYMBOLES AU XVII SIECLE

Fractions	Barre de fraction $\frac{a}{b}$ a/b	**D'origine Hindoue puis chez FIBONACCI** **ORESME** (1325-1382) **DE MORGAN** (1806-1871)
Addition, Soustraction	Additus, demptus $\bar{p}$, $\bar{m}$ + , -	**CHUQUET** 1484 **WIDMANN** 1489 (*Compendium arithmética mercantorum*)
Egalité	Aequalis = α	**RECORDE** 1557 *(The Wehstone of Witte)* *Les parallèles sont jumelles et rien n'est plus pareil que des jumeaux* **DESCARTES** (1596-1650)
Multiplication	M in $\times$ $\cdot$	**STIFFEL** 1545 **VIETE** (1540-1603) **OUGHTRED** 1631 (*Clavis Mathématica*) **LEIBNITZ** 1698
Racines	$\sqrt{}$ $\sqrt{\sqrt{}}$ (cubique)	**RUDOLF** 1525 (*Die Coss*) **STIFFEL** 1544 (*Arithmética universalis*)
Exposants	Positifs et négatifs Fractionnaires	**CHUQUET** (1445-1500) **STEVIN** 1585
Parenthèses	$\lfloor \ \rfloor$ ( )	**BOMBELLI** (1526-1573) **GIRARD** 1629
Division	$\div$:	**RAHN** 1659 **LEIBNITZ** (1646-1716)
Infini	∞	**WALLIS** 1655 (*Arithmética infinitorum*)
Inégalités	> <	**HARRIOT** 1631 (*Arte Arithmética praxis*)
Virgule décimale	,	**STEVIN** (1548-1620) **SNELLIUS** (1581-1626)
Trigonométrie	sin, cos, tan	**GIRARD** (1585-1632)
Nombres divers	π e i	**OUGHTRED** (1574-1660) **EULER** (1707-1783) **EULER**
Fonctions	f(x)	**EULER**

LES SYMBOLES (suite)

Factorielle	!	**KAMP** 1808
Somme	$\sum$	**EULER**
Congruence	$\equiv$	**GAUSS** 1801
Intégrale **Différentielle**	$\int$ df	**LEIBNITZ** **LEIBNITZ**
Produit scalaire	$\vec{u}.\vec{v}$	**WILSON** (1741-1793)
Dérivée	f'(x)	**LAGRANGE** (1736-1813)
Déterminant	$\mid \; \mid$	**CAUCHY** (1789-1857)
Vecteurs	$\overrightarrow{AB}$	**BELLAVITIS** (1803-1880)
Produit vectoriel	$\wedge$ $\times$	**BURALI-FORTI** (1861-1951) **GIBBS** (1839-1903)
Ensembles	$\mathbb{N},\mathbb{Q}$ $\mathbb{Z},\mathbb{R}$	**PEANO** (1858-1932) **DEDEKIND** (Z pour zahl)
Quantificateurs	$\forall$ $\exists$ $\Rightarrow$	**PEANO** (1858-1932) **HILBERT** (1862-1943) **BOURBAKI** 1935

Multi pertransibunt et augebitur scientia

Pierre de Fermat

REMARQUES

Comme je l'ai dit dans l'introduction, de nombreux passages peuvent être contestés. J'ai, je le répète, choisi le côté anecdotique, mais l'histoire est source de controverses.

Il en est ainsi de l'histoire d'Hypatie, du voyage de Gerbert en Espagne, et si la querelle entre algoristes et abacistes est bien réelle, j'ai peut-être exagéré la faiblesse du calcul en Occident à cette époque car, même avec leurs tables de calcul, les abacistes arrivaient à des résultats non négligeables.

Si la présence du triangle arithmétique dans l'œuvre de Zhe Shijie est attestée, on le trouve aussi chez beaucoup d'autres mathématiciens et même, selon certains historiens des sciences, sur des tablettes babyloniennes. Ce qui est important n'est pas le triangle en lui-même, mais son utilisation et ses propriétés qui seront menées au plus haut point par Pascal.

Quant à la légende d'Alamut, elle est, sous la forme que j'indique, assez peu plausible. Nizam-al-Mulk avait, selon certains auteurs arabes 30 ans de plus qu'Omar Khayyâm, et Hassan a semble t-il fait ses études à Rayy (à l'emplacement de l'actuel Téhéran) ce qui contredit le pacte des 3 étudiants. C'est probablement par le sultan Malikshah que Hassan fut condamné et il avait donc plus de raisons de vouloir assassiner le sultan que son vizir. On peut penser que le sultan, réputé coléreux, s'est servi des sbires d'Hassan pour se débarrasser d'un vizir trop peu docile .Il était certainement plus plausible d'acheter le commandant de la garnison d'Alamut que d'utiliser le stratagème de la peau de bœuf, bien peu crédible. Et si l'existence des « assassins » est confirmée par de nombreux textes, la thèse étymologique du haschisch, popularisée par Marco Polo et citée par Baudelaire dans « Les Paradis artificiels », bien que majoritaire, n'est pas la seule. Amin Maalouf fait référence à « assassiyoun » (fidèles au Assas, fondement de la foi) ce qui ferait des « assassins » des intégristes capables de pousser leur foi jusqu'à l'attentat suicide pour accéder au martyr.

La querelle entre Tartaglia et Cardan est largement répandue et si beaucoup attribuent la première résolution cubique à Del Ferro, d'autres citent aussi Zunna da Coi.

Pour ce qui est l'origine de x, c'est aussi une hypothèse discutable puisque les premières notations (celles de Viete) utilisent A, B, C…

Pour l'utilisation des symboles, certaines notations ont sans doute été simultanément introduites par plusieurs mathématiciens, et il est parfois difficile d'en attribuer la paternité à l'un d'eux. J'ai par exemple cité Bellavitis pour la flèche des vecteurs, bien d'autres noms étant cités.

Mais il fallait faire un choix, et loin de vouloir faire un travail de chercheur, j'ai souvent privilégié les hypothèses les plus romanesques, les spécialistes voudront bien m'excuser.

Bibliographie

Histoire des mathématiques	J P Collette	Vuibert
Le matin des mathématiciens	E Noel	Belin
Routes et dédales	A Dahan-Dalmedico, J Peiffer	Axes
Histoire des civilisations	M Crouzet	PUF
Le théorème du perroquet	D Guedj (roman)	Seuil
Des mathématiciens de A à Z	B Nauchecorne, D Surreau	Ellipses
Mathématiques au fil des ages	IREM- Groupe Epistémologie et Histoire	Gauthier-Villars
Samarcande	Amin Maalouf (*roman*)	

Illustrations

Couverture	Transmath 2^{de}	Nathan
P 7	Jeux mathématiques pour tous	ACL. Les éditions du Kangourou
P 8	Portrait imaginaire	Jiang Zhaohe (Pekin 1980)
P 9	Des mathématiciens de A à Z	Ellipses
P 17	Declic	Hachette
P 18	Timbre soviétique	
P 29	Les chiffres (G Ifrah)	Laffont