

Les codes-barres d'étiquetage reposent en général sur les codes EAN 13 (European Article Numburing).

Les chiffres qui composent ces codes ont souvent la signification suivante :

- les 3 premiers permettent d'identifier le pays de provenance du produit.
- les 4 suivants sont les numéros de l'entreprise.
- les 5 suivants sont le numéro d'article du produit.
- le 13^{ème} quant à lui est une clef de contrôle calculée à partir des 12 chiffres précédents.

Le dernier chiffre d'un code EAN 13 est toujours une clé de contrôle (*check digit*), calculée à partir des douze premiers chiffres.

Ce 13^e chiffre peut être calculé en sachant qu'il représente le complément à 10 du chiffre des unités d'un nombre dont le calcul est le suivant :

- Trois fois la somme des chiffres de rang pair (en partant du second) de gauche à droite,
- augmentée de la somme des chiffres de rang impair (en partant du premier) de gauche à droite.

Exemple :

978 2940 19961 x se décompose comme :

$$\begin{array}{cccccccccccc} _ & 7 & _ & 2 & _ & 4 & _ & 1 & _ & 9 & _ & 1 & \rightarrow & \text{Somme : } & 24 \\ 9 & _ & 8 & _ & 9 & _ & 0 & _ & 9 & _ & 6 & _ & \rightarrow & \text{Somme : } & 41 \end{array}$$

$3 \times 24 + 41 = 113$ dont le chiffre des unités est 3.

On commence par déterminer le chiffre des unités u de N qui est égal à la somme des chiffres de rang impair avec le triple de la somme des chiffres de rang pair.

la clé du code x est donnée par $x = 10 - u$ si $u \neq 0$ sinon $x = u = 0$

$10 - 3 = 7$ est donc la « clé » de ce code-barres.

- Déterminer la clé de contrôle x de 329 4565 12357 x
- Indiquer un code-barres différent ayant la même clé.
- Justifiez que x est le reste de la division euclidienne de $-N$ par 10
- Combien d'articles différents une même entreprise peut-elle identifier à l'aide d'un code barre EAN 13 ?
- Sur l'étiquette d'un produit, l'un des chiffres est illisible: 329 2a458 12357 7. Peut-on retrouver la valeur de a ?
- Cette fois, on a le code 329 2ab5 81235 7. Peut-on trouver a et b ?
- On suppose que, lors de la saisie du code, on a interverti deux chiffres.
 - Au lieu de saisir $a_1, a_2 \dots a_{12}x$, on a saisi $a_2, a_1 \dots a_{12}x$. L'erreur sera-t-elle détectée ?
 - Même question si on a saisi $a_3, a_2 a_1 \dots a_{12}x$. au lieu de $a_1, a_2 a_3 \dots a_{12}x$.

CORRECTION

- $$\begin{array}{cccccccccccc} _ & 2 & _ & 4 & _ & 6 & _ & 1 & _ & 3 & _ & 7 & \rightarrow & \text{Somme : } & 23 \\ 3 & _ & 9 & _ & 5 & _ & 5 & _ & 2 & _ & 5 & _ & \rightarrow & \text{Somme : } & 27 \end{array}$$

$N = 3 \times 23 + 29 = 88$ donc $u = 8$ donc $x = 10 - 8 = 2$

- $$\begin{array}{cccccccccccc} _ & 2 & _ & 4 & _ & 6 & _ & 1 & _ & 3 & _ & 7 & \rightarrow & \text{Somme : } & 23 \\ 3 & _ & 9 & _ & 0 & _ & 0 & _ & 2 & _ & 5 & _ & \rightarrow & \text{Somme : } & 19 \end{array}$$

$N = 3 \times 23 + 17 = 88$ donc $u = 8$ donc $x = 10 - 8 = 2$

3. $N = 10n + u$ donc $-N = -10n - u$
 Si $u = 0$ alors $-N = -10n$ donc $-N$ est divisible par 10.
 $x = u = 0$ est le reste de la division euclidienne de $-N$ par 10

Si $u \neq 0$ alors $N = 10 - u - 10 - 10n$
 $N = 10 - u + 10(-n - 1)$
 $1 \leq u \leq 9$ donc $1 \leq 10 - u \leq 9$ donc $x = 10 - u$ est le reste de la division euclidienne de $-N$ par 10
 Dans tous les cas, x est le reste de la division euclidienne de $-N$ par 10

4. L'entreprise a 5 chiffres pour coder un article donc une même entreprise peut identifier à l'aide d'un code barre EAN 10⁵ articles différents.

- $$\begin{array}{cccccccccccc} _ & 2 & _ & 2 & _ & 4 & _ & 8 & _ & 2 & _ & 5 & \rightarrow & \text{Somme : } & 23 \\ 3 & _ & 9 & _ & a & _ & 5 & _ & 1 & _ & 3 & _ & \rightarrow & \text{Somme : } & 21 + a \end{array}$$

$N = 3 \times 23 + 21 + a = 90 + a$ or la clé est 7 donc $10 - u = 7$ donc $u = 3$, le chiffre des unités de $90 + a$ avec $0 \leq a \leq 9$ donc $a = 3$

- $$\begin{array}{cccccccccccc} _ & 2 & _ & 2 & _ & b & _ & 8 & _ & 2 & _ & 5 & \rightarrow & \text{Somme : } & 19 + b \\ 3 & _ & 9 & _ & a & _ & 5 & _ & 1 & _ & 3 & _ & \rightarrow & \text{Somme : } & 21 + a \end{array}$$

$N = 3 \times (19 + b) + 21 + a = 3b + a + 78$ or la clé est 7 donc $10 - u = 7$ donc $u = 3$,

le chiffre des unités de $3b + a + 78$ avec $0 \leq a \leq 9$ et $0 \leq b \leq 9$

Si $b = 4$ et $a = 1$ alors $3b + a = 13$ et si $b = 0$ et $a = 3$ alors $3b + a = 3$, on n'a donc pas d'unicité de la solution, on ne peut pas trouver a et b .

7. a. En reprenant l'exemple :

$$\begin{array}{cccccccccccc} _ & 2 & _ & 4 & _ & 6 & _ & 1 & _ & 3 & _ & 7 & \rightarrow & \text{Somme : } & 23 \\ 3 & _ & 9 & _ & 0 & _ & 0 & _ & 2 & _ & 5 & _ & \rightarrow & \text{Somme : } & 19 \end{array}$$

$N = 88$ donc $x = 2$

En invertissant deux chiffres :

$$\begin{array}{cccccccccccc} _ & 3 & _ & 4 & _ & 6 & _ & 1 & _ & 3 & _ & 7 & \rightarrow & \text{Somme : } & 24 \\ 2 & _ & 9 & _ & 0 & _ & 0 & _ & 2 & _ & 5 & _ & \rightarrow & \text{Somme : } & 18 \end{array}$$

$N' = 3 \times 24 + 18 = 90$ donc $x = u = 0$

L'erreur sera détectée dans ce cas là.

D'une façon plus générale :

$$\begin{array}{cccccccccccc} _ & a_2 & _ & a_4 & _ & a_6 & _ & a_8 & _ & a_{10} & _ & a_{12} & & & \\ a_1 & _ & a_3 & _ & a_5 & _ & a_7 & _ & a_9 & _ & a_{11} & _ & x & & \end{array}$$

$N = 3(a_1 + a_3 + \dots + a_{11}) + a_2 + a_4 + \dots + a_{12}$

Le nombre est transcrit :

$$\begin{array}{cccccccccccc} _ & a_1 & _ & a_4 & _ & a_6 & _ & a_8 & _ & a_{10} & _ & a_{12} & & & \\ a_2 & _ & a_3 & _ & a_5 & _ & a_7 & _ & a_9 & _ & a_{11} & _ & x & & \end{array}$$

si $a_1 = a_2$, en permutant a_1 et a_2 le nombre reste invariant donc ce cas est exclu, $a_1 \neq a_2$

$N' = 3(a_2 + a_3 + \dots + a_{11}) + a_1 + a_4 + \dots + a_{12}$

$N - N' = 3a_1 + a_2 - 3a_2 - a_1$

$N - N' = 2(a_1 - a_2)$

N et N' ont le même chiffre des unités si et seulement si $N - N'$ est divisible par 10 soit si et seulement si $2(a_1 - a_2)$ est divisible par 10

N et N' ont le même chiffre des unités si et seulement si $(a_1 - a_2)$ est divisible par 5, comme $a_1 \neq a_2$, alors

$$a_1 = a_2 + 5 \text{ si } 0 \leq a_2 \leq 4 \text{ ou } a_1 = a_2 - 5 \text{ si } 6 \leq a_2 \leq 9$$

a_1	0	1	2	3	4	6	7	8	9
a_2	5	6	7	8	9	1	2	3	4

b. $N = 3(a_1 + a_3 + \dots + a_{11}) + a_2 + a_4 + \dots + a_{12}$

En permutant a_1 et a_3 , N ne change pas donc u et x sont invariants. L'erreur ne sera pas détectée

L'ensemble des codes et l'organisme de régulation national est ici :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Code-barres_EAN#Pays