Partie A Démonstration de cours

Soit (u_n) une suite croissante non majorée.

1. Soit M un nombre réel et n_0 un entier naturel tel que $u_{n_0} \geq M$.

Démontrer que pour tout entier naturel n, si $n \geq n_0$ alors $u_n \geq M$.

2. Quelles conséquences peut-on en tirer pour la suite (u_n) ?
3. Énoncer le théorème du cours ainsi démontré.

Partie B

Répondre par Vrai ou Faux aux propositions suivantes en justifiant chaque réponse:

a. Si une suite n'est pas majorée alors elle tend vers $+\infty$.

b. Si une suite est croissante alors elle tend vers $+\infty$.

c. Si une suite tend vers $+\infty$, alors elle n'est pas majorée.

d. Si une suite tend vers $+\infty$ alors elle est croissante.

CORRECTION

Partie A Démonstration de cours

1. Si (u_n) est croissante, si $n \geq n_0$ alors $u_n \geq u_{n_0}$ or $u_{n_0} \geq M$ donc $u_n \geq M$.

2. Soit A un réel quelconque, (u_n) n'est pas majorée donc il existe n_0 un entier naturel tel que $u_{n_0} \geq A$, donc si (u_n) est croissante, si $n \geq n_0$ alors $u_n \geq A$.

3. Si (u_n) est croissante non majorée alors (u_n) tend vers $+\infty$

Partie B

a. Faux : prendre $u_n = (-1)^n \times n$

cette suite n'est pas majorée et ne tend pas vers $+\infty$.

b. Faux : $u_n = 1 - \dfrac{1}{n}$, u_n est croissante et tend vers 1.

c. Vrai.

Si (u_n) est majorée, il existe un réel M tel que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n \leq M$

or si (u_n) est tend vers $+\infty$, alors pour tout réel A, il existe un entier n_0 tel que si $n \geq n_0$ alors $u_n \geq A$.

donc il existe un entier n_0 tel que pour tout entier $n \geq n_0$, alors $u_n \geq M$ donc (u_n) ne peut pas être majorée.

d. Faux

Soit $u_n = n + (-1)^n$, (u_n) n'est ni croissante ni décroissante, et tend vers $+\infty$.